MOGNI

H. DELORME

Solution de la question 601

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 1 (1862), p. 118-119

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1862_2_1__118_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 601

(voir t. XX, p. 400);

PAR M. MOGNI,
Professeur à Tortone,

ET M. H. DELORME.

Le produit $(p+2)(p+3)\ldots(p+q)$ est divisible par $1.2.3\ldots q$ lorsque $p+1$ est premier avec q et il n'est pas divisible dans le cas contraire. (CATALAN.)

On sait que $(p+1)(p+2)\ldots(p+q)$ est divisible par $1.2.3\ldots q$, et que $(p+2)(p+3)\ldots(p+q)$ est divisible par $1.2\ldots(q-1)$. Posons

$$\frac{(p+2)(p+3)\ldots(p+q)}{1.2\ldots q} = \mathrm{A};$$

on aura

$$\frac{(p+1)(p+2)\ldots(p+q)}{1.2.3\ldots q} = \frac{(p+1)\mathrm{A}}{q};$$

la division devant se faire exactement, A étant un nombre entier lorsque q est premier avec $(p+1)$, q doit diviser A; donc, etc.

Dans le cas contraire on ne saurait rien affirmer, parce que le théorème en question paraît en défaut dans quelques cas, par exemple :

$$\frac{5.6.7.8.9}{2.3.4.5.6}=3.7;\quad \frac{9.10.11.12.13.14.15.16.17}{2.3.4.5.6.7.8.9.10}=11.17.$$

Dans le premier cas $p=3$, $p+1=4$, qui n'est premier avec $q=6$.

Dans le second cas $p=7$, $p+1=8$, qui n'est pas premier avec $q=10$.