MICHAEL ROBERTS

Théorème d'algèbre sur les sommes des puissances des racines

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 20 (1861), p. 421-422

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1861_1_20__421_1>

THÉORÈME D'ALGÈBRE
SUR LES SOMMES DES PUISSANCES DES RACINES;

PAR M. MICHAEL ROBERTS.

Dans le numéro de janvier 1861, M. Painvin a inséré quelques remarques sur les racines multiples des équations algébriques. Je pense que le théorème suivant, qui est en rapport avec le même sujet, est digne d'être remarqué. Soient $s_0, s_1, \ldots,$ les sommes des puissances zéro, première,..., des racines de l'équation

$$(a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n)(x, 1)^n = 0,$$

et posons

$$S = a_0^{2r} \begin{vmatrix} s_0 & s_1 & \ldots & s_r \\ s_1 & s_2 & \ldots & s_{r+1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ s_r & s_{r+1} & & s_{2r} \end{vmatrix};$$

alors S est l'origine d'un covariant de la forme

$$(a_0, a_1, \ldots, a_n)(x, y)^n$$

du degré $2r$ dans les a, et du degré $2r(n-r-1)$ dans les variables x, y (*voir* le *Quarterly Journal*, octobre 1860, p. 174). Représentons les coefficients binomiaux par $S, S_1, S_2, \ldots, S_{2r(n-r-1)}$. Si l'équation dont il s'agit a une racine (α) dont le degré de multiplicité est $n-r$, alors

$$-\alpha = \frac{S_{2r(n-r-1)}}{S_{2r(n-r-1)-1}} = \frac{S_{2r(n-r-1)-1}}{S_{2r(n-r-1)-2}} = \ldots = \frac{S_2}{S_1} = \frac{S_1}{S}$$

et, pour ce cas, l'invariant quadratique du covariant s'annule.