

LÉON BRAULT

**Concours de l'École polytechnique (1858),
composition mathématique**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 18
(1859), p. 220-222

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1859_1_18__220_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1859, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CONCOURS DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE (1858),

Composition mathématique ;

PAR M. LÉON BRAULT,
Élève de l'institution Barbet

x, y, z désignant des coordonnées rectangulaires et m un paramètre variable, on demande de déterminer les diverses surfaces que peut représenter l'équation

$$\begin{aligned} x^2 + (2m^2 + 1)(y^2 + z^2) - 2(xy + xz + yz) \\ = 2m^2 - 3m + 1, \end{aligned}$$

lorsque le paramètre m varie de $-\infty$ à $+\infty$.

L'équation proposée peut se mettre sous la forme

$$(A) \quad \left\{ \begin{aligned} (x - y - z)^2 + \frac{2}{m^2}(m^2y - z)^2 + \frac{2}{m^2}(m^2 - 1)z^2 \\ = 2m^2 - 3m + 1. \end{aligned} \right.$$

Les racines réelles de l'équation $(m^2 - 1) = 0$ sont -1 et $+1$; celles de l'équation $2m^2 - 3m + 1 = 0$ sont $\frac{1}{2}$ et 1 .

Cela posé, en désignant par P, Q, R des polynômes du premier degré, et par k une constante, quand on fait varier m de $-\infty$ à $+\infty$, l'équation A prend successivement les formes suivantes :

1°. Pour $m = -\infty$,

$$y^2 + z^2 = 1. \quad (\text{Cylindre droit de révolution.})$$

2°. m variant de $-\infty$ à -1 ,

$$P^2 + Q^2 + R^2 = k^2. \quad (\text{Ellipsoïdes.})$$

3°. Pour $m = -1$,

$$P^2 + Q^2 = k^2. \text{ (Cylindre elliptique.)}$$

4°. m variant de -1 à $+\frac{1}{2}$,

$$P^2 + Q^2 - R^2 = k^2. \text{ (Hyperboloïdes à une nappe.)}$$

5°. Pour $m = \frac{1}{2}$,

$$P^2 + Q^2 - R^2 = 0. \text{ (Cône elliptique.)}$$

6°. m variant de $+\frac{1}{2}$ à -1 ,

$$P^2 + Q^2 - R^2 = -k^2. \text{ (Hyperboloïdes à deux nappes.)}$$

7°. Pour $m = 1$,

$$P^2 + Q^2 = 0. \text{ (Ligne droite.)}$$

8°. m variant de $+1$ à $+\infty$,

$$P^2 + Q^2 + R^2 = k^2. \text{ (Ellipsoïdes.)}$$

9°. Pour $m = +\infty$,

$$y^2 + z^2 = 1. \text{ (Cylindre droit de révolution.)}$$

Remarque. La forme de l'équation A permet de déterminer facilement, dans chaque cas particulier, un système de plans diamétraux conjugués, quand il en existe; et de déterminer aussi les systèmes de génératrices rectilignes que peuvent admettre les surfaces considérées.

Note du Rédacteur. Deux quelconques de ces surfaces (A) se coupent suivant une ligne dont la projection sur le plan des xy est un cercle; l'enveloppe de toutes ces surfaces est une surface du sixième degré.

Lorsque les dix coefficients de l'équation générale sont

fonctions d'un même paramètre, variant de $-\infty$ à $+\infty$, on ne peut guère déterminer les diverses surfaces, qu'en ayant recours aux formules de M. Painvin.