NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

J. MURENT

Solution de la question 197

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 8 (1849), p. 413-415

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1849_1_8__413_1>

SOLUTION DE LA QUESTION 197

(Voir t. VII, p. 448);

PAR M. J. MURENT (DE CLERMONT-FERRAND).

Une tangente à une conique à centre, étant interceptée par deux autres tangentes parallèles; le produit des segments formés sur la première tangente par le point de contact est égal au carré du demi-diamètre parallèle à cette tangente. (HAMILTON.)

1. *Ellipse.* Prenons pour axe des x le diamètre mené au point de contact A de la première tangente CAC′, et pour axe des y le diamètre parallèle à cette tangente. Les axes coordonnés étant ainsi deux diamètres conjugués, l'équation de l'ellipse est

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2,$$

a et b désignant les deux demi-diamètres OA, OB.

Les équations de deux tangentes parallèles quelconques TC, T′C′. seront

$$y = mx \pm \sqrt{a^2 m^2 + b^2},$$

où m est variable; en sorte que le système de ces deux tangentes sera représenté par l'équation du deuxième degré

$$(1) \qquad y^2 - 2mxy + m^2 x^2 - a^2 m^2 - b^2 = 0.$$

La première tangente ayant pour équation

$$x = a,$$

si dans (1) on remplace x par a, l'équation résultante

$$y^2 - 2may - b^2 = 0$$

aura pour racines les ordonnées des points d'intersection C, C′. Le dernier terme montre que ces deux ordonnées AC et — AC′ sont de signes contraires et donne, pour leur produit,

$$-\text{AC}' \times \text{AC} = -b^2,$$

d'où

$$\text{AC} \times \text{AC}' = b^2.$$

2. *Hyperbole.* On choisira les axes coordonnés comme pour l'ellipse, et l'on arrivera de la même manière à l'équation

$$y^2 - 2may + b^2 = 0.$$

Le dernier terme étant positif, les deux ordonnées sont de même signe, et l'on a encore

$$AC.AC' = b^2.$$