

DE PERRODIL

Solution de la question 150

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 6
(1847), p. 369

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__369_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1847, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTION DE LA QUESTION 150.

PAR M. DE PERRODIL,
élève du collège de la Flèche.

Soient p et q les coordonnées du point a ; sa polaire aura pour équation

$$(1) \quad A^2py + B^2qx - A^2B^2 = 0;$$

la droite qui joint les pieds des coordonnées du point a diamétralement opposé, sera

$$(2) \quad qy + px + pq = 0.$$

Multiplions ces équations l'une par l'autre, nous aurons un lieu qui contiendra les quatre points b, c, b', c' , savoir :

$$pq(A^2y^2 + B^2x^2 - A^2B^2) + (A^2p^2q - A^2B^2q)y + B^2p(q^2 - A^2)x = 0.$$

La combinaison de cette équation avec celle de l'ellipse, donnera un lieu passant encore par les quatre points b, c, b', c' .

Or, en vertu de l'équation $A^2y^2 + B^2x^2 - A^2B^2 = 0$, l'équation précédente se réduit à

$$(2) \quad (A^2p^2 + B^2q^2)xy + A^2q(p^2 - B^2)y + B^2p(q^2 - A^2)x = 0,$$

qu'on peut rendre identique avec

$$(A^2 - B^2)xy + B^2y - A^2\beta x = 0;$$

or l'intersection de ce lieu avec l'ellipse donne quatre points, où les normales concourent au point $[\alpha, \beta]$, donc aussi les quatre points d'intersection de l'hyperbole (2) jouissent de la même propriété. D'ailleurs les conditions d'identité, savoir :

$$\frac{A^2\beta}{A^2 - B^2} = \frac{(A^2 - q^2)B^2p}{A^2p^2 + B^2q^2}; \quad \frac{B^2\alpha}{A^2 - B^2} = \frac{(p^2 - B^2)A^2q}{A^2p^2 + B^2q^2}$$

donnent immédiatement les coordonnées α, β du point de concours.