NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

J. A. SERRET

Théorème sur les courbes algébriques asymptotiques

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 6 (1847), p. 217-218

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1847_1_6__217_0>

THÉORÈME

sur les courbes algébriques asymptotiques.

PAR J. A. SERRET.

Si une droite est asymptote d'une branche de courbe algébrique, elle l'est également d'une seconde branche.

Soit pris pour l'un des axes coordonnés l'une des asymptotes d'une courbe quelconque, algébrique ou non, et soit $F(x, y) = 0$ l'équation de cette courbe. Changeons y en $\frac{1}{y}$, l'équation $F\left(x, \frac{1}{y}\right) = 0$ appartiendra à une seconde courbe, laquelle passera par l'origine des coordonnées; or, si pour celle-ci l'origine n'est pas un point d'arrêt, elle sera toujours coupée en deux points par un cercle décrit de l'origine avec un très-petit rayon; en d'autres termes, pour une très-petite valeur de x, variant par exemple de $-\varepsilon$ à $+\varepsilon$, il y aura deux valeurs de y réelles et très-petites, qui pourront être de mêmes signes ou de signes contraires. Par conséquent, en remontant à la courbe primitive, on verra que si x varie de $+\varepsilon$ à 0 et de $-\varepsilon$ à 0, on aura deux valeurs réelles de mêmes signes ou de signes contraires, et qui augmentent au delà de toute limite. Il n'y a d'exception que dans le cas où l'origine est un point d'arrêt pour la courbe auxiliaire, ce qui ne peut arriver chez une courbe algébrique. On en voit un exemple sur l'équation $y = e^{\frac{1}{x}}$.

Note. Ce théorème est dû à Newton, et est énoncé, si je ne me trompe, dans son *Enumeratio Linearum tertii ordinis.* Euler dit : « Quam ob rem curva duos habebit ramos in infinitum excurrentes inter se oppositos, quorum alter cum ista linea recta antrorsum, alter cum eadem retrorsum infinite producta conveniet (Int., t. II, § 174). Ce *quam ob rem* avait besoin d'une démonstration. Tm.