Nouvelles annales de mathématiques

A. Vachette

Note sur un problème fourni par les jeux de cartes

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 5 (1846), p. 394-396

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1846_1_5__394_1>

NOTE

sur un problème fourni par les jeux de cartes.

PAR M. A. VACHETTE,
licencié ès sciences mathématiques et physiques.

1° Avec un jeu de boston de 52 cartes battues et mêlées, on peut faire la distribution suivante, en ayant soin de compter une carte pour la valeur qu'elle indique, et toutes les figures pour 10 points : on retourne la première carte, qui se trouve un 8 par exemple, et on met sur cette première carte 5 autres cartes, sans faire attention à leur valeur, de façon à compléter le nombre 13; on retourne la carte suivante qui se trouve un 2 par exemple, et on met sur elle 11 autres cartes, et qui forme le deuxième paquet; on continue ainsi à former les autres paquets : si à la fin on n'a plus que 6 cartes, et que la première de ces cartes soit un 3, on ne peut pas compléter un paquet, et on tient compte de ces 6 cartes restantes. Cela posé, en comptant chacun des quatre premiers paquets pour un point, chacun des suivants pour 14, et ajoutant le nombre des cartes restantes, on a la somme des points contenus dans toutes les premières cartes des paquets formés.

En effet, soient x le nombre des paquets formés, y le nombre des cartes restantes; a_1, a_2, $a_3 \ldots a_x$ les nombres respectifs de points marqués sur les premières cartes des x paquets; le nombre des cartes du 1^er^ paquet est $14 - a_1$, du 2^me^ $14 - a_2$, ... du x^{me} $14 - a_x$; en y ajoutant les y cartes restantes, on doit avoir 52; donc

$$14x - (a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_x) + y = 52,$$

d'où
$$a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_x = 14x - 52 + y.$$

Ajoutant au deuxième membre $+4-4$, on aura :

$$a_1 + a_2 + \ldots\ldots + a_x = 4 + 14(x-4) + y,$$

ce qui donne la règle énoncée.

Il est évident que la même règle aurait lieu, si l'on comptait le valet pour 11, la dame pour 12, et le roi pour 13. C'est ce qui ressort d'ailleurs de la généralisation suivante de ce problème.

Si on conçoit a séries des b numéros 1, 2, 3, ... $b-1$, b, mêlées et battues ensemble; en exécutant une distribution analogue à la précédente, soient x le nombre des paquets, y le nombre des cartes restantes; n_1, n_2, ... n_x les numéros respectifs des premières cartes de chaque paquet; on aura dans le 1^er^ paquet un nombre de cartes $b + 1 - n_1$, dans le 2^me^ $b + 2 - n_2$, ..., dans le x^{me} $b + 1 - n_x$; ajoutant les y cartes restantes, la somme est ab : ainsi

$$(b+1)x - (n_1 + n_2 + \ldots\ldots + n_x) + y = ab,$$

d'où
$$n_1 + n_2 + \ldots\ldots + n_x = (b+1)x - ab + y;$$

ajoutant au deuxième membre $+a-a$, on aura :

$$n_1+n_2+\ldots\ldots+n_x=a+(b+1)(x-a)+y,$$

règle analogue à la précédente, avec laquelle elle est identique pour $a=4$ et $b=13$.