

J. MARCOU

**Question de géométrie analytique proposée
au concours de l'École normale**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 3
(1844), p. 201-203

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3_201_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1844, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION DE GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE
proposée au concours de l'École normale. (p. 393, t. I.)

PAR M. MARCOU (J.),
Élève au collège de Besançon.

—
Je prends pour axe des x le grand axe de l'ellipse, et pour

axe des y la tangente au sommet (fig. 18); l'équation de l'ellipse est de la forme

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2} (2ax - x^2);$$

combinant l'équation de la droite AD, $y = \delta x$, avec l'équation de l'ellipse, j'ai pour l'abscisse du point C

$$AQ = \frac{2ab^2}{a^2\delta^2 + b^2};$$

or, on a $\frac{AD}{AC} = \frac{m}{n}$, ou bien $\frac{AP}{AQ} = \frac{m}{n}$, désignant par (x, y) les coordonnées du point D, cette relation devient

$$\frac{x(a^2\delta^2 + b^2)}{2ab^2} = \frac{m}{n}, \text{ d'où } x = \frac{2ab^2m}{n(a^2\delta^2 + b^2)},$$

et

$$y = \frac{2ab^2m\delta}{n(a^2\delta^2 + b^2)};$$

connaissant les coordonnées des points C, D, l'équation de FD est

$$y = \frac{2ab^2m\delta}{2ab^2m - an(a^2\delta^2 + b^2)} (x - a) \quad (1), \quad AF = a,$$

et celle de CB est

$$y = \frac{-b^2}{a^2\delta} (x - 2a) \quad (2).$$

Eliminant δ entre les équations (1) et (2), on aura l'équation du lieu cherché.

De (2), je tire $\delta = \frac{-b^2(x-2a)}{a^2y}$, portant cette valeur de δ dans l'équation (1), il vient

$$y = \frac{2ab^4m(2a-x)(x-a)}{2ab^2m - an\left(\frac{b^4(2a-x)^2}{a^2y^2}\right) + b^2}$$

réduisant et ordonnant , il vient

$$a^2(2am - an)y^2 + b^2(2am - an)x^2 + 2ab^2(2an - 2am - mx)x + 4a^2b^2a(m - n) = 0,$$

equation du second degré qui représente une ellipse , si la courbe primitive est une ellipse , et une hyperbole dans le cas de l'hyperbole : elle a son centre sur l'axe des x et elle passe au point B.

Si $m = n$, on retombe sur l'équation de l'ellipse primitive

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2} (2ax - x^2).$$

Pour passer au cas où la courbe donnée est une parabole , comme a et b deviennent infinis en même temps , on ne voit pas immédiatement ce que devient l'équation du lieu , alors on remplace b en fonction de a et de α ; en s'appuyant sur la distance d'un point de la courbe au foyer , on trouve $b^2 = 2a\alpha - \alpha^2$; l'équation du lieu devient

$$a^2(2am - an)y^2 + (2a\alpha - \alpha^2)(2am - an)x^2 + 2a(2a\alpha - \alpha^2)(\alpha(2n - m) - 2am)x + 4a^2\alpha(2a\alpha - \alpha^2)(m - n) = 0 ;$$

faisant α infini dans cette équation , elle devient

$$my^2 - 4amx + 4a^2(m - n) = 0,$$

$$\text{ou } y^2 = 4a \left(x - \frac{\alpha(m - n)}{m} \right),$$

équation d'une parabole. Si $m = n$, on trouve l'équation de la parabole primitive $y^2 = 4ax$.

Ainsi on voit que pour le cas de la parabole , au lieu de tirer la droite BC , il faut , par le point C , mener une parallèle à l'axe focal.