AD. SAHUQUÉ

Physique. Questions d'examen (École normale). Lois du refroidissement. Loi de Newton. Loi de Dulong et Petit (dans le vide)

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 3 (1844), p. 195-201

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__195_0>

PHYSIQUE. — QUESTIONS D'EXAMEN.
(École normale).

Lois du refroidissement. — Loi de Newton. — Loi de Dulong et Petit (dans le vide).

PAR M. SAHUQUÉ (AD.),
professeur de physique.

—

1. Tous les corps rayonnent de la chaleur. Si un corps se trouve placé dans une enceinte, il enverra de la chaleur aux corps environnants, en même temps qu'il en recevra d'eux; et suivant que sa température sera égale, supérieure ou inférieure à celle de l'enceinte, elle restera constante, s'abaissera ou s'élèvera d'un certain nombre de degrés.

2. Si l'on suppose la température du corps supérieure à celle de l'enceinte, son refroidissement pourra être suffisamment représenté par la loi de Newton, si l'excès ne dépasse pas 20 degrés. Dans le cas contraire, on est obligé d'employer la loi découverte par Dulong et Petit.

Lorsqu'on se sert de la loi de Newton, en appelant A l'excès de température au commencement de l'observation, B ce même excès au bout d'un temps t : on a $B = Am^t$; m représente un certain coefficient qu'il faut déterminer, par expérience, pour chaque corps qui se refroidit.

La détermination de ce coefficient, et le calcul du refroidissement, dès qu'il est déterminé, ne présentent aucune difficulté.

Lorsque la température du corps au-dessus de l'enceinte est telle qu'il faille avoir recours à la loi de Dulong et Petit, on se trouve également avoir à déterminer un coefficient m qui ne présente pas plus de difficulté sous le rapport de l'expérience, mais dont le calcul est un peu plus compliqué.

Je me propose de donner, à la fin de cette note, la formule qui peut servir à le trouver ; formule qui exprime aussi l'abaissement de température d'un corps au bout d'un temps quelconque, en suivant la loi du refroidissement dans le vide de Dulong et Petit.

3. Imaginons maintenant que le corps étant à une certaine température, on vienne à l'échauffer. Il est évident qu'il perdra alors plus de chaleur qu'il n'en recevra des parois qui l'environnent, et que par conséquent sa température s'élèvera moins que s'il avait été mis à l'abri tant de son rayonnement propre que de celui de l'enceinte. Nous nous proposons de rechercher quelle température il aurait atteint, s'il avait été placé dans la dernière condition que nous venons d'indiquer.

Le problème à résoudre peut donc s'énoncer de la manière suivante :

Un corps placé dans une enceinte, dont la température reste constante, s'échauffe. On demande à quelle température ce corps serait parvenu, s'il n'avait pas perdu de chaleur par voie de rayonnement. On suppose : 1° La loi de Newton applicable ; 2° le refroidissement se faisant dans le vide suivant la loi de Dulong et Petit.

4. *Application de la loi de Newton* (*). — Si on appelle T l'excès de la première température observée sur celle de l'enceinte ; T′ l'excès de la deuxième température. K le nombre d'unités de temps, de minutes par exemple, que le corps emploie pour monter de T à T′, il est clair que T′—T exprimera le nombre de degrés dont il se sera élevé pendant le temps K.

Or, on peut supposer sans erreur sensible, si K est assez petit, que la température croît de quantités constantes ; et

(*) Neutoni Opuscula II, 423

alors $\frac{T'-T}{K}$ représente l'accroissement pour chaque minute.

On peut également supposer qu'elle passe brusquement d'un excès à un autre au commencement de chaque minute, et par suite qu'elle demeure invariable dans toute la durée de cette même minute.

Cela posé : en représentant par $\frac{1}{n}$ la fraction de l'excès de température dont le corps s'abaisse dans chaque minute ; $\frac{1}{n} = 1 - m$ [en effet, pour $1'$ on a $B = Am$ (2), mais le refroidissement dans une minute, représenté par $\frac{1}{n}.A$ est $A - B = (1 - m)A$] ; les pertes successives seront.

$$\frac{1}{n}.T,\ \frac{1}{n}\left(T+\frac{T'-T}{K}\right);\ \frac{1}{n}\left(T+\frac{2(T'-T)}{K}\right),\ \frac{1}{n}\left(T+\frac{3(T'-T)}{K}\right)\ .$$
$$\ldots\frac{1}{n}\left(T+\frac{(K-1)(T'-T)}{K}\right).$$

La perte totale Q sera la somme de toutes ces quantités, formant une progression arithmétique dont le premier terme est T, la raison $\frac{T'-T}{K}$, et le nombre de termes K.

Cette somme sera donc : $Q = \frac{1}{n}\left(2T+\frac{(K-1)(T'-T)}{K}\right)\frac{K}{2}$;

$$\text{ou bien } Q = \frac{1}{n}\cdot\frac{2KT+(K-1)(T'-T)}{2};$$

$$\text{et en réduisant } Q = \frac{1}{n}\cdot\frac{(K+1)T+(K-1)T'}{2}$$

Cette dernière formule est très-simple à calculer.

Pour une seconde observation on aurait

$$Q' = \frac{1}{n}\cdot\frac{(K+1)T'+(K-1)T''}{2}.$$

Et en faisant, suivant le nombre d'observations, $Q+Q'+Q''+\ldots Q_n = C$, la température finale x cherchée serait $x = A + C$, si A désigne la température finale observée.

5° *Application de la loi de Dulong et Petit.* — Refroidissement dans le vide. — Ces deux habiles physiciens ont exprimé leur loi par la vitesse du refroidissement, c'est-à-dire par le nombre ou la fraction de degrés dont la température s'abaisse pendant le temps choisi pour unité. Pour nous l'unité de temps sera représentée par la minute.

En appelant m, le coefficient à déterminer par expérience:

a, la raison de la progression géométrique que suit la vitesse du refroidissement quand la température de l'enceinte croît en progression arithmétique ; la valeur de a a été trouvée égale à 1,0077 pour tous les corps ;

θ, la température de l'enceinte ;

t, l'excès de température du corps sur l'enceinte l'expression v de la vitesse du refroidissement est

$$v = ma^{\theta}(a^{t}-1) \text{ (*)}.$$

Je représente, comme précédemment, par T et T' deux excès consécutifs observés ; par K le nombre de minutes nécessaires au corps pour monter de T en T'. Pour abréger je fais $\dfrac{T'-T}{K} = h$.

Je suppose encore, comme tout à l'heure, que la température croît brusquement de quantités constantes.

On a alors les deux séries suivantes :

Minutes successives.	*Pertes pendant chaque minute.*
1	$ma^{\theta}(a^{T}-1)$.
2	$ma^{\theta}(a^{T+h}-1)$.
3	$ma^{\theta}(a^{T+2h}-1)$.
⋮	
K	$ma^{\theta}(a^{T+(K-1)h}-1)$.

(*) *Annales de Chimie*, VII, p. 252. 1818.

La perte totale Q sera la somme de ces quantités, c'est-à-dire $Q = ma^\theta \left\{ a^T(1 + a^h + a^{2h} + \ldots . a^{(K-1)h}) - K \right\}$.

Mais 1, a^h, $a^{2h} \ldots . a^{(K-1)h}$ forment une progression géométrique croissante, dont le premier terme est 1 et la raison a^h.

Par conséquent $Q = ma^\theta \left(\frac{a^T(a^{Kh} - 1)}{a^h - 1} - K \right)$.

Remplaçant h par sa valeur, il vient :

$$Q = ma^\theta \left(\frac{a^T(a^{T'-T} - 1)}{a^{\frac{T'-T}{K}} - 1} - K \right);$$

et reduisant, $$Q = ma^\theta \left(\frac{a^{T'} - a^T}{a^{\frac{T'-T}{K}} - 1} - K \right).$$

Cette dernière formule se calcule encore assez simplement. Pour une seconde observation on aurait :

$$Q' = ma^\theta \left(\frac{a^{T''} - a^{T'}}{a^{\frac{T''-T'}{K}} - 1} - K \right).$$

Par conséquent en raisonnant comme plus haut on trouverait pour température finale $x = A + C$.

6. Il me reste maintenant à indiquer comment on peut déterminer le coefficient m pour un corps donné.

Appelons A, l'excès de température du corps sur l'enceinte au commencement de l'expérience ; B, ce même excès au bout d'un temps K ; P, le refroidissement pendant le temps K. Nous aurons évidemment $A - B = P$.

Tout se réduit donc à observer deux températures, et à calculer la valeur de P en fonction de la vitesse du refroidissement. Les températures A et B doivent être assez rapprochées ; et il sera bon de faire plusieurs observations.

Or, en raisonnant toujours de la même manière, on voit que l'on aura pour pertes successives.

$$(ma^\theta(a^{A}-1),\quad ma^\theta(a^{A-h}-1,\quad ma^\theta(a^{A-2h}-1)\ \ldots,$$
$$\ldots\ ma^\theta(a^{A-(K-1)h}-1).$$

c'est-à-dire des pertes de même forme que les précédentes. Leur somme P sera donc aussi de même forme : la seule différence consiste en ce que la progression géométrique est décroissante, h étant négatif.

Par conséquent, l'abaissement de température d'un corps qui se refroidit pendant un temps K dans une enceinte vide entretenue à une température constante, est représenté par la formule

$$P = ma^\theta\left(\frac{a^A(1-a^{-Kh})}{1-a^{-h}} - K\right),$$

ou bien, en substituant et réduisant :

$$P = ma^\theta\left(\frac{a_A - a_B}{1-a^{\frac{B-A}{K}}} - K\right).$$

Or, $A - B = P$; il suit de là

$$A - B = \frac{ma^\theta\left\{a^A - a^B - K\left(1-a^{\frac{B-A}{K}}\right)\right\}}{1-a^{\frac{B-A}{K}}},$$

d'où l'on tire

$$m = \frac{(A-B)\left(1-a^{\frac{B-A}{K}}\right)}{a^\theta\left\{a^A - a^B - K\left(1-a^{\frac{B-A}{K}}\right)\right\}}.$$

7. Un mot seulement pour le cas où le refroidissement s'opérerait dans un gaz, dans l'air par exemple.

On sait que la vitesse du refroidissement est alors la somme de la vitesse du refroidissement dans le vide, et de celle due au contact seul du gaz.

La vitesse du refroidissement due au gaz seul étant représentée par la formule $u = np^c t^b$, dans laquelle n est un coefficient variable, p exprime la force élastique de l'air, t l'excès de température du corps, $c=0,45$ pour l'air, $b=1,233$ pour tous les corps et pour tous les gaz, la vitesse totale du refroidissement dans un gaz sera :

$$v = ma^{\theta}(a^{t}-1)+np^{c}t^{b}.$$

Par une série de raisonnements analogues aux précédents, on arrive pour exprimer la perte de chaleur, pendant un temps K, à la formule :

$$Q=ma^{\theta}\left(\frac{a^{\mathrm{T}}(a^{\mathrm{K}h}-1)}{a^{h}-1}-\mathrm{K}\right)+np^{c}\left\{\mathrm{T}^{b}+(\mathrm{T}+h)^{b}+(\mathrm{T}+2h)^{b}+\ldots\right.$$
$$\left.\ldots\left(\mathrm{T}+(\mathrm{K}-1)h\right)^{b}\right\}.$$

Or cette formule ne peut plus être considérée comme simple, parce qu'il faut calculer séparément chacun des termes de la seconde partie et en faire la somme, ce qui devient, si non difficile, du moins très-long. Par cette raison, voulant rester dans les limites que je me suis imposées, je ne m'étendrai pas davantage sur ce sujet.

En cherchant à appliquer les lois du refroidissement, je n'ai trouvé dans aucun ouvrage, des méthodes simples et faciles. J'ai cru devoir publier celles-ci, parce qu'elles m'ont paru susceptibles de rendre quelque service aux jeunes physiciens qui voudraient tenter de nouvelles recherches.