FINCK

Lettre

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 1 (1842), p. 353-355

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__353_0>

LETTRE

DE M. FINCK,

Professeur au College royal de Strasbourg.

—

La note que M. Vincent a fait insérer dans votre numéro de juin (p. 272), me confirme dans une opinion que j'ai depuis longtemps adoptée, savoir qu'il serait convenable d'exiger des candidats à l'École polytechnique, les premiers éléments du calcul différentiel, sauf à restreindre quelques détails d'algèbre, de sections coniques, etc. On éviterait par là quelques embarras, doubles emplois, notamment pour la théorie des courbes (*).

Quoi qu'il en soit, la note en question m'a fait reconnaître que je suis allé trop loin dans ma Trigonométrie (**), en affirmant que l'emploi des formules de Simpson est restreint, comme je l'ai indiqué. Par contre, M. Vincent me paraît avoir négligé des *erreurs* qui modifient l'exactitude de ses résultats. En effet, dans la formule

$$\sin(m+1)a = \sin ma\ 2\cos a - \sin(m-1)a,$$

il ne suffit pas de supputer l'erreur dont ce second membre est affecté par suite des erreurs commises sur $\sin ma$, $\cos a$, $\sin(m-1)a$; il faut encore tenir compte des chiffres que l'on est *forcé* de négliger dans le produit $\sin ma \times 2\cos a$; car il est impossible de les conserver tous. De là une nouvelle erreur dont il est indispensable de tenir compte, ainsi que de

(*) Cette opinion du savant professeur est d'autant plus plausible que le calcul differentiel existe deja dans les elements, theorie et pratique, mais sous d'autres noms.

(**) Geometrie elementaire, 2e edition, chez Mathias, quai Malaquais, 15. Tm.

celle qui affecte $\cos\alpha$. Je me contenterai de cette indication, me proposant de revenir sur cet objet.

Vous avez fait remarquer (p. 119), que j'ai donné le premier, dans les éléments (*), la division ordonnée, de Fourier : j'ajouterai que je l'ai complétée en montrant ce qu'il faut faire pour que le dernier chiffre du quotient soit *bon*.

Dans ce même ouvrage, cité en note, j'ai entre autres questions, que l'on ne trouve pas dans les livres élémentaires, traité un problème qui est susceptible d'une solution plus complète : il a pour objet de déterminer le nombre des opérations de la recherche du p. g. c. d. de deux nombres entiers.

On peut, pour arriver à ce but, suivre deux marches : l'une conduit aux séries récurrentes et à une équation exponentielle fort compliquée. Elle est fondée sur ce que le cas le plus défavorable est celui où tous les quotients sont égaux à l'unité, le dernier étant 2; de là on est amené à chercher le terme général de la suite

$$1, \quad 1.1+1, \quad (1.1+1)1+1, \quad \text{etc.}$$

Je ne m'arrêterai pas à développer ce calcul.

La seconde manière est la suivante :

Soient A,B les deux nombres, A étant $>$B.

Le reste est toujours moindre que la moitié du dividende : nommons $B_1, B_2, B_3, \ldots$ les restes successifs; on aura donc

$$B_1 < \frac{A}{2} \quad \text{et au plus égal à} \quad \frac{A-1}{2},$$

$$B_2 \qquad id. \qquad \frac{B-1}{2}.$$

$$B_3 \qquad id. \qquad \frac{B_1-1}{2}.$$

(*) Traité élémentaire d'arithmétique, Paris, Mathias, 1841.

ou, au plus, $$=\frac{\frac{A-1}{2}-1}{2}=\frac{A-1-2}{2^2},$$

de même limite de $$B_4=\frac{B-1-2}{2^2},$$

id. $$B_5=\frac{A-1-2-2^2}{2^3},$$

$$\vdots$$

id. $$B_{2n-1}=\frac{A-1-2-2^2\ldots-2^{n-1}}{2^n}=\frac{A-2^n+1}{2^n},$$

id. $$B_{2n}=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots=\frac{B-2^n+1}{2^n}.$$

Donc si $\frac{B-2^n+1}{2^n}$ est <1, c'est que B_{2n} est nul, et le nombre des opérations est $2n$ au plus.

Posons donc $\frac{B-2^n+1}{2^n}<1$,

$$\text{d'où} \qquad 2^{n+1}>B+1.$$

Ainsi la plus petite valeur (entière) de n qui satisfait à cette inégalité, sera la moitié de la limite cherchée.

Par exemple si $B=89$, on a $2^{n+1}>90$ $2^n>45$,

$$n=6,$$
$$2n=12.$$

Cette limite est assez approchée ; car si l'on suppose $A=144$, le nombre effectif des opérations est 10, tandis que d'après la règle qu'on trouve dans un certain ouvrage la limite est $\frac{A}{2}$, ici 72.

Permettez-moi une dernière observation : plusieurs de vos numéros renferment des détails sur le calcul des expressions irrationnelles. On trouve tout cela traité d'une manière complète dans mon Algèbre, publiée en 1839 chez Mathias. Suivent des questions, qu'on donnera prochainement.