MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

M. BARBUT

Calcul des décisions - Calcul des espérances - Calcul des probabilités

Mathématiques et sciences humaines, tome 2 (1963), p. 15-24

<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1963__2__15_0>

M. BARBUT

CALCUL DES DECISIONS - CALCUL DES ESPERANCES CALCUL DES PROBABILITES

L'exposé qui suit dépasse le cadre strict d'une introduction au Calcul des Probabilités; dans un cours à des étudiants, on peut passer sous silence ce qui est contenu dans la partie A - Mais il m'a semblé utile, dans la présente rédaction, de bien situer le Calcul des Espérances, et par suite le Calcul des Probabilités, dans le cadre plus vaste dans lequel il s'insère, celui des règles de décision.

•

A - LA PREPARATION D'UNE DECISION

On dit que l'on a affaire à une décision en cas d'incertitude lorsque les conséquences de la décision prise dépendent d'un ensemble de circonstances, d'éventualités sur lesquelles l'agent de la décision n'a aucun moyen d'agir, qui sont indépendantes de ses propres décisions. Par exemple, M. DUPONT peut acheter 0, ou 1, ou 2,... billets d'une loterie s'il décide d'en acheter deux, les conséquences en seront une perte (le prix d'achat des billets) si aucun des billets achetés n'est gagnant, un gain dans le cas contraire, et la valeur de ce gain n'est pas la même suivant qu'un seul, ou les deux billets sont gagnants; dans tous les cas, sa décision ne change en rien les résultats du tirage au sort des billets gagnants. La décision de s'assurer pour une certaine somme sur le vol ou l'incendie se pose à peu près dans les mêmes termes. Par contre si M. DUPONT est marchand de légumes, sa décision d'afficher le kilog de carottes à un certain prix n'est pas une décision en cas d'incertitude, car la réaction de la clientèle, et par conséquent les conséquences de sa décision dépendront dans une large mesure du prix affiché. On voit par ces exemples que les décisions économiques sont rarement des décisions en cas d'incertitude telles qu'elles ont été définies ci-dessus, bien qu'elles comportent toujours une large marge d'incertitude; nous y reviendrons.

La préparation de la décision doit toujours comporter trois phases :

1° - Dénombrer et énumérer :

a) L'ensemble D des décisions (d_1, d_2, -, d_n) possibles, compte tenu des moyens à la disposition de l'agent de décision, des contraintes qui lui sont imposées.

b) L'ensemble A des éventualités, ou états de la nature (e_1, e_2, -, e_m).

Ces énumérations doivent être aussi exhaustives que possible, et il est recommandé de ne pas écarter d'emblée certaines décisions, ou certaines éventualités jugées à priori "improbables"; quitte à le faire dans une étape ultérieure, mais en connaissance, et tout bien pesé, ce qui n'est possible que si toutes les données ont été explicitées, de façon qu'on puisse les juger dans leur ensemble.

Si l'ensemble D, l'ensemble des actions possibles est en général défini sans trop de difficulté, par contre la détermination de A pose des problèmes plus délicats. Comme l'incertitude porte en général sur ce qui va se passer à une date future il faudra s'efforcer d'analyser aussi finement que possible toutes les histoires du futur qui peuvent se produire, ou plus exactement les éléments de ces histoires dont dépendent les conséquences de la décision à prendre. Chacune de ces histoires possibles est une éventualité, ou un état de la nature; dans l'ensemble A des éventualités un événement est par définition une partie de A (cette définition coïncide avec l'acceptation usuelle: si nos descriptions de l'histoire future sont assez complètes, chaque évènement futur possible sera cité dans toutes celles de ces histoires où il peut se produire; c'est dire qu'il est l'union des éventualités qui le contiennent).

2° - **Enumérer et décrire** les conséquences de chacune des décisions possibles, pour chacun des états de la nature. On peut schématiser cette deuxième étape par un tableau à double entrée: en ligne, les décisions, en colonne, les éventualités. Dans la case intersection de la ligne d_i et de la colonne e_j, on écrit les conséquences de la décision d_i, si l'éventualité qui se produit est e_j, et ceci pour chacune des n x m cases du tableau.

EVENTUALITES

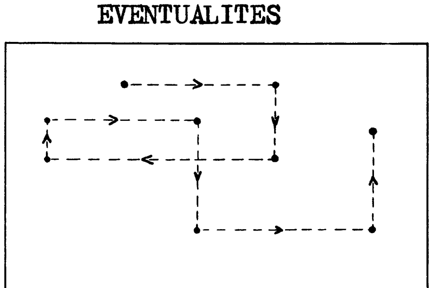
DECISIONS

	e_1	---------	e_j	---
d_1				
d_i			X	
d_n				

Dès ce stade, on voit apparaître que les conseils qui sont donnés ici pour la préparation des décisions correspondent à une démarche usuelle, et ne sont là que pour obliger l'agent de décision à envisager tous les cas possibles, sans omission ni répétition. Tous ceux d'entre nous, en effet, qui ont participé à des discussions préparatoires à la prise de décisions reconnaîtront, s'ils veulent y réfléchir, que la démarche habituelle consiste à cheminer d'une case à une autre du tableau, généralement selon un cheminement du type indiqué par le pointillé, en étudiant les conséquences dans chacune des "cases" parcourues; mais à procéder sans méthode, on court le risque d'une part de passer plusieurs fois par la même case (répétitions; perte de temps), d'autre part d'en oublier certaines (omissions: "nous n'avions pas prévu cela !").

EVENTUALITES

DECISIONS



3° - **Evaluer ou ordonner** les conséquences par rapport aux critères de choix que l'on s'est fixé. Il s'agit là de quelque chose d'essentiel et dont dépend toute la suite, car ce n'est que la nature de l'évaluation qui aura été faite des conséquences qui nous permettra de structurer l'ensemble des conséquences et par là de définir des règles de choix adéquates.

Plusieurs cas sont possibles :

a) On peut avoir un seul ou plusieurs critères. En économie, par exemple, on n'aura en général qu'un seul critère pour les décisions prises par une entreprise (maximer le profit, par exemple); par contre pour les décisions nationales, ou intéressant des collectivités, il y aura d'habitude plusieurs critères.

b) Pour chacun des critères retenus, on pourra, par l'évaluation des conséquences, soit ordonner les décisions (les placer sur une échelle), soit leur attribuer une valeur numérique avec tout ce que cela comporte: que l'addition, la multiplication des valeurs entre elles aient un sens. Dans beaucoup de cas où l'on évalue les conséquences par des nombres, ceux-ci ne jouent un rôle que purement ordinal, et additionner des évaluations entre elles serait dépourvu de signification. Il peut même arriver que les critères ne permettent pas d'ordonner les conséquences, mais seulement de les classer, ou moins encore; dans de tels cas, l'élaboration de règles de choix sera en général impossible.

B - STRUCTURE DE L'ENSEMBLE DES CONSEQUENCES ET REGLES DE CHOIX

Au terme de l'évaluation des conséquences, le tableau à double entrée est remplacé par un nouveau tableau, où l'on a toujours les décisions en ligne, les états de la nature en colonne, et dans la case intersection de d_i et de e_j, l'évaluation C_{ij} des conséquences de la décision d_i si l'état de la nature est e_j.

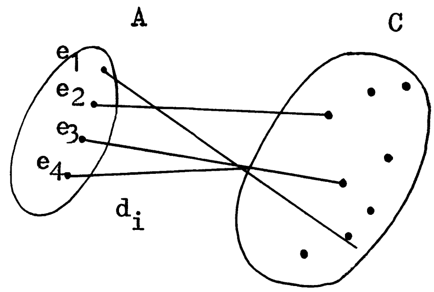
A

			e_j	
D	d_i		c_{ij}	

Pour chaque décision d_i $(i = 1, 2, \dots, n)$, il correspond à chaque état de la nature $e_j (j = 1, 2, \dots, m)$ un élément et un seul, C_{ij}, dans un ensemble C; cet ensemble C est structuré de la façon suivante, dans les quatre principaux cas envisagés :

	Un seul critère	Plusieurs critères
Les évaluations (pour chaque critère) sont ordinales	C est un ordre complet (une échelle)	C est un produit cartésien d'ordres complets (donc un ordre partiel)
Les évaluations sont des nombres cardinaux	C est l'ensemble des nombres réels R, muni des opérations +, x et de son ordre complet.	C est l'espace vectoriel ordonné (partiellement) R^k (s'il y a k critères)

Il est absolument essentiel de reconnaître quelle est la structure algébrique de C; en effet, chaque décision peut être regardée comme une fonction de A dans C, puisque, nous l'avons dit, pour chaque décision, on fait correspondre à chaque élément $e_j \in A$ un et un seul élément $C_{ij} \in C$. Or choisir une décision dans l'ensemble D, c'est comparer des d_i entre eux, éventuellement calculer, peser les décisions; la nature du calcul permis, des comparaisons ayant un sens, dépend de la structure de l'ensemble dans lequel sont plongées les di à savoir l'ensemble C^A des fonctions de A dans C ; et la structure algébrique de ce dernier ensemble est déterminée, pour l'essentiel, par celle de C, comme on va le voir.



Si par exemple C est un ordre complet, on peut ordonner partiellement C^A par la relation :

$$f \geqslant g \Longleftrightarrow f(x) \geqslant g(x) \text{ , pour tout } x \text{ de } A$$

où f et g sont deux fonctions de A dans C, et où f(x) (resp. g(x)) désigne l'élément de C qui correspond par f (rest. g) à l'élément x de A : autrement dit, de l'ordre dans C on induit un ordre partiel (noté ici $\geqslant$) dans C^A. Pour les décisions, la relation :

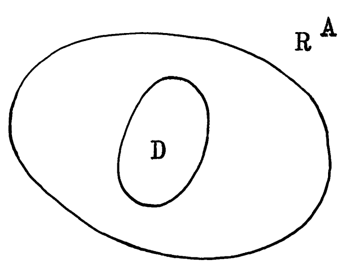
$$d_1 \geqslant d_2$$

signifie que les conséquences de d_1 sont meilleures que celles de d_2 (par rapport au critère choisi), quel que soit l'état de la nature: "en toute éventualité"; par contre deux décisions dont l'une est la meilleure pour certaines éventualités, et la moins bonne pour d'autres, ne peuvent être comparées au moyen de la relation $\geqslant$: c'est un ordre partiel.

C - LE CALCUL DES ESPERANCES

Plaçons-nous maintenant dans le cas où le mot "Calcul" des décisions va prendre tout son sens, celui où C est l'ensemble R des nombres réels, et où les opérations sur les nombres ont une signification (en termes de conséquences). C'est le cas dans les décisions économiques lorsqu'il n'y a qu'un critère de choix, que les conséquences sont évaluées en francs, et qu'une somme de 15 frs a bien pour l'agent de la décision, une valeur triple de la valeur qu'il attribue à la somme de 5 frs et quintuple de la valeur qu'il attache à 3 frs.

C'est aussi le cas dans les jeux du hasard, les paris, dans lesquels les enjeux sont des sommes de monnaie. Dans ces conditions l'ensemble D des décisions possibles est une partie de l'ensemble R^A des fonctions de A dans R, partie qui est obtenue par élimination de l'ensemble de toutes les décisions imaginables, pour un A donné, de celles qui seraient incompatibles avec les contraintes imposées à l'agent de décision (dans le cas des jeux, cette élimination est faite automatiquement par la règle du jeu qui fixe D, A et C : on voit en quoi les jeux de hasard sont un cas très simplifié des situations de décision devant l'incertitude: il n'y a pas d'ambiguité dans la détermination de A ni de D).



La structure algébrique de R est entre autres: d'une part, un ordre complet, et nous avons vu supra comment on peut en déduire un ordre partiel $\dot{\geqslant}$ sur R ; d'autre part, un groupe abélien par rapport à l'addition. De cette structure, on peut déduire une addition dans R^A : f et g étant deux fonctions de A dans R, $(f \dot{+} g)$ est par définition la fonction qui fait correspondre à chaque $x \in A$ l'élément $f(x) + g(x)$ de R ; on montre facilement que $\dot{+}$ jouit, dans R^A, des mêmes propriétés que l'addition des nombres dans R.

Enfin pour tout nombre t et toute fonction f de A dans R, on peut définir la fonction (t f) (produit de f par t) comme étant la fonction qui à chaque $x \in A$ fait correspondre le nombre $t \times f(x)$ dans R. En termes techniques, la structure algébrique de R^A par rapport à $\dot{\geqslant}$, $\dot{+}$ et le produit par un nombre est une structure de vectoriel partiellement ordonné (à m dimensions si m est le nombre d'éléments de A).

Ainsi les décisions (l'ensemble D) étant une partie de R^A, le calcul des décisions consistera d'abord en la possibilité de leur appliquer les opérations qui viennent d'être définies. C'est ce qui est fait couramment dans les jeux, loteries, ou paris. Par exemple, ayant évalué les conséquences de l'achat de deux billets de loterie séparément, on calculera les conséquences de l'achat de ces deux billets simultanément en additionnant pour chacune des éventualités, les gains (ou pertes) attachés à chacun des billets.

Mais il reste à choisir, c'est-à-dire à ordonner les décisions, alors que l'on ne sait pas laquelle des éventualités va se produire. Or, si dans le cas envisagé les conséquences sont ordonnées pour chaque état de la nature, ces ordres diffèrent en général quand on passe d'un état de la nature à un autre. Il nous faut donc élaborer une règle de choix qui permette d'ordonner complètement les décisions, tout en <u>préservant les possibilités de calcul</u> (la structure de R^A pour l'addition et la multiplication par un nombre): c'est-à-dire que nous allons à chaque décision, et plus généralement à chaque fonction f de A dans R attribuer un nombre, un poids, son <u>espérance</u> E(f), et ceci de telle sorte que :

$$(1) \quad f \dot{\geqslant} g \Longrightarrow E(f) \geqslant E(g)$$

$$(2) \quad E(f \dot{+} g) = E(f) + E(g)$$

$$(3) \quad E(t f) = t\, E(f)$$

E (f) est un nombre, qui "résume" notre attitude devant toute cette situation complexe dans laquelle nous avons un ensemble A d'éventualités, pour chaque éventualité $x \in A$ un gain f(x) mais où il y a incertitude quant à celle des éventualités qui va se produire; c'est la valeur que nous attribuons à cette situation, ce que nous en attendons. E, qui à chaque fonction $f \in R^A$ fait correspondre un nombre et un seul $E(f) \in R$ est elle-même une fonction de R^A dans R ; de cette fonction, nous exigeons qu'elle transforme l'ordre $\dot{\geqslant}$ de R en l'ordre $\geqslant$ de R, l'addition $\dot{+}$ de R^A en l'addition + de R : c'est un <u>homomorphisme</u> de la structure de R^A dans celle de R. Les exigences 1, 2 et 3 sont parfaitement naturelles dans les hypothèses où nous nous sommes placés, si nous attribuons à l'espérance E (d) d'une décision le sens d'une valeur attachée à cette décision. Dire en effet que $d_1 \dot{\geqslant} d_2$ signifie nous l'avons vu, que les conséquences de d_1 sont préférables à celles de d_2 en toute éventualité; on ne peut alors que donner à d_1 une valeur E (d_1) supérieure à E (d_2).

De même pour l'addition et la multiplication par un coefficient; si dans la décision d_1 les conséquences ont, en toute éventualité, une valeur totale double (ou triple, ...) de celles de d_2, on donne à d_1, une valeur double de la valeur donnée à d_2. Mais il convient une fois de plus de bien insister sur la validité de ces hypothèses, limitée au cas où les conséquences peuvent s'évaluer en nombres.

Il est clair enfin que nous pouvons adjoindre à 1, 2, 3 une quatrième exigence: si une décision a des conséquences qui ont la même valeur quelle que soit l'éventualité qui se produise, l'espérance de cette décision est égale à la valeur en question (que l'on est sûr d'obtenir, si on prend cette décision).

D - CONSTRUCTION DE L'INSTRUMENT DE CALCUL

Examinons maintenant les conséquences de ces quatre hypothèses. Supposons, pour simplifier l'exposé, qu'il n'y a que deux états possibles de la nature, e_1 et e_2 (qui peuvent être pile ou face, il pleut ou il fait beau, etc...; d'une façon générale, une éventualité qui peut se produire - e_1 - ou ne pas se produire - e_2 -).

Chaque fonction f de :

$$A = (e_1, e_2)$$

dans R est alors déterminée par la seule connaissance des deux nombres :

$$t_1 = f(e_1) \qquad t_2 = f(e_2)$$

Considérons les deux fonctions de base S_1 et S_2 :

$$S_1 : S_1(e_1) = 1 \qquad S_1(e_2) = 0$$

$$S_2 : S_2(e_1) = 0 \qquad S_2(e_2) = 1$$

qui correspondent aux "paris" où l'on gagne 1 Fr. si e_1 se produit et rien sinon (pour S_1), et 1 Fr. si e_2 se produit et rien sinon (pour S_2).

La fonction f peut alors s'écrire :

$$f = t_1 S_1 \dotplus t_2 S_2$$

(Vérification : $t_1 S(e_1) \dotplus t_2 S(e_2) = t_1 \times 1 + t_2 \times 0 = t_1 = f(e_1)$

et de même pour $f(e_2)$).

Donc, d'après les hypothèses (2) et (3)

(a) $$E(f) = t_1 E(S_1) + t_2 E(S_2)$$

puisque t_1 et t_2 sont des nombres.

On saura donc calculer $E(f)$ pour n'importe quelle fonction (décision) f dès l'instant où l'on connaîtra les deux nombres $E(S_1)$ et $E(S_2)$; comme l'espérance d'une fonction toujours nulle est nulle d'après (4), et que les fonctions S_1 et S_2 prennent des valeurs $\geqslant 0$ en toute éventualité, les nombres $E(S_1)$ et $E(S_2)$ doivent être positifs pour satisfaire à (1).

Considérons enfin la fonction égale à 1 en toute éventualité; toujours d'après la quatrième hypothèse, son espérance vaut 1. Or, si $t_1 = t_2 = 1$, on a, selon l'égalité (a)

$$E(f) = E(S_1) + E(S_2)$$

donc la somme des nombres $E(S_1)$ et $E(S_2)$ vaut 1.

Ces deux nombres, attachés aux deux éventualités e_1 et e_2 respectivement, sont ce qu'on appelle la probabilité de e_1 et la probabilité de e_2 respectivement.

Dans le cas général où le nombre, supposé fini, des éventualités est quelconque, ce raisonnement montre que l'espérance d'une décision d_i se calcule comme suit :

$$(1) \quad E\,(d_i) = \sum_{j=1}^{j=m} C_{ij}\, E\,(S_j)$$

Où $E\,(S_j)$ est l'espérance de la fonction qui vaut 1 dans l'éventualité e_j et 0 dans les autres

	e_1	e_2		e_j		em
S_j	0	0	...	1	...	0

Par définition, $E\,(S_j)$ est la probabilité de l'éventualité e_j, et peut se noter $Pr\,(e_j)$: c'est le poids, la valeur, que nous attribuons à cette éventualité, et elle joue, dans le calcul de l'espérance d'une décision, le rôle d'un coefficient de pondération des conséquences de cette décision; (1) s'écrit alors :

$$(1') \quad E\,(d_i) = \sum_{j=1}^{m} C_{ij}\, Pr\,(e_j)$$

Pour en revenir au problème de décision qui nous a servi de point de départ, il ne reste plus, pour choisir, qu'à ordonner les décisions possibles dans l'ordre de leurs espérances, pourvu qu'on puisse calculer celles-ci, c'est-à-dire que l'on connaisse les probabilités des éventualités.

La détermination de ces probabilités, c'est précisément l'objet de la Statistique, dont les techniques fournissent des instruments de mesure des probabilités et dont la théorie est une théorie de ces instruments de mesure; nous ne nous y attarderons pas, car cela dépasse le cadre de cet exposé.

Il y a d'ailleurs des cas où l'on ne pourra pas faire appel aux techniques statistiques pour mesurer les probabilités; on conseillera alors à l'agent de la décision, s'il a admis la validité du calcul des espérances pour le choix de ses décisions, d'estimer au mieux les probabilités, c'est-à-dire d'exprimer son opinion sur les éventualités par des nombres positifs dont la somme soit égale à 1.

E - PROPRIETES ELEMENTAIRES DES PROBABILITES

Les probabilités ainsi définies comme espérances des fonctions caractéristiques de parties de l'ensemble A des éventualités (la fonction caractéristique φ_B d'une partie B de A est la fonction qui vaut 1 si la variable x est élément de B et 0 sinon: le pari de 1 Fr. si l'évènement B se réalise, et rien sinon) satisfont bien aux propriétés connues.

Comme l'espérance d'une fonction toujours nulle doit être nulle et celle d'une fonction toujours égale à 1 être égale 1 (quatrième exigence) on a :

$$P_r(\emptyset) = 0 \qquad\qquad P_r(A) = 1$$

La fonction caractéristique d'une partie B de A étant toujours égale à 0 ou à 1, elle satisfait à la double inégalité :

$$\varphi A \geqslant \varphi B \ \varphi \emptyset$$

Donc, d'après (1) :

$$1 \geqslant P_r(B) \geqslant 0$$

Si B et C sont deux parties disjointes quelconques de A (deux évènements incompatibles) la somme de leurs fonctions caractéristiques est égale à celle de leur union; d'où, d'après (2) :

$$P_r(B) + P_r(C) = P_r(B \cup C)$$

Reste enfin la règle de composition des probabilités d'évènements enchaînés (probabilités conditionnelles).

Considérons une partition de l'ensemble A en deux parties B et B' (B' complémentaire de B), et une fonction f quelconque de A dans l'ensemble R des nombres. Désignons par $E(f \mid B)$ et $E(f \mid B')$ l'espérance de f lorsque l'ensemble d'éventualités n'est plus A tout entier, mais seulement B ou seulement B' respectivement. E(f) peut être considérée comme une fonction qui peut prendre l'une ou l'autre des deux valeurs $E(f \mid B)$ et $E(f \mid B')$ selon que l'évènement B se réalise ou ne se réalise pas.

La règle de calcul des espérances nous dit alors que :

(e) : $$E(f) = E(f \mid B)\, P_r(B) + E(f \mid B')\, P_r(B')$$

Cette dernière règle contient bien la règle classique de composition des probabilités; supposons en effet que C étant une partie quelconque de A (un évènement quelconque), nous remplacions f par la fonction caractéristique de $B \cap C$ dans l'égalité ci-dessus. Comme dans l'ensemble d'éventualités B', cette fonction caractéristique est nulle ($B \cap C$ est inclus dans B), le second terme disparait au second membre, et il reste:

$$P_r(B \cap C) = P_r(B \cap C \mid B)\, P_r(B)$$

Le terme $P_r(B \cap C \mid B)$, probabilité de l'évènement (B et C) lorsque l'espace d'éventualités est B, c'est encore la probabilité de l'évènement C lorsque l'espace d'éventualités est B; ce que l'on note habituellement $P_r(C \mid B)$, la probabilité conditionnelle de C par rapport à B ; et nous trouvons bien l'égalité usuelle :

$$P_r(B \cap C) = P_r(C \mid B)\ P_r(B)$$

Mais la portée de l'égalité (e) est considérable car c'est elle qui nous permet, dans le calcul des espérances, de prendre en compte les modifications apportées à l'espace des éventualités par les renseignements sur le futur, par le temps qui s'écoule, par notre expérience; l'espérance à attendre d'une décision doit dépendre, c'est bien clair, non seulement des conséquences possibles pour des éventualités données, mais aussi de ce que sont ces éventualités elles-mêmes, de sorte que tout changement apporté à notre information sur celles-ci doit se répercuter dans le calcul de l'espérance. La façon dont cela se répercute, c'est (e) qui nous le dit; à partir de cette règle, il sera maintenant possible d'élaborer une théorie dynamique, une théorie de l'enchaînement des décisions; en particulier, nous sommes prêts à aborder la Statistique.

Une dernière remarque intéressante est la suivante: si l'ensemble d'éventualités A est infini, et non plus fini comme nous l'avons toujours supposé jusqu'ici, la construction de l'instrument de Calcul des Espérances conduit de façon toute naturelle à la définition de l'intégrale de Lebesgue - Stieljes et à la théorie de la mesure. Mais c'est là un sujet sur lequel nous reviendrons peut-être à une autre occasion.

F - L'INCERTITUDE N'EST PAS TOUJOURS PROBABILISABLE

En résumé, les conseils qui sont donnés ici à l'agent d'une décision en cas d'incertitude sont:

a) Préparer sa décision en :

- énumérant les décisions possibles: D
  les éventualités possibles: A
- décrivant les conséquences de chaque décision pour chaque éventualité
- évaluant les conséquences: C

b) Si l'évaluation des conséquences est numérique, et si les opérations sur les nombres ont un sens en termes de conséquences, choisir, les décisions en :

- estimant les probabilités des éventualités (par des méthodes statistiques ou autrement)
- calculant l'espérance de chaque décision selon la règle (l')
- rangeant les décisions dans l'ordre des espérances.

La forme même de ce "règlement de manoeuvre" montre bien que le rôle des mathématiques est ici avant tout normatif, et que la validité du modèle qui a été construit sera jugée à son efficacité: si les conseils donnés permettent à l'agent de la décision d'économiser de l'argent, c'est que les hypothèses faites sont valables; sinon il faut les réviser.

L'incertitude n'est pas nécessairement probabilisable. En termes techniques, on réservera le nom de décisions devant l'aléa (A sera alors un "univers aléatoire") à celles qui rentrent dans le cadre étudié ci-dessus, c'est-à-dire celles pour lesquelles le calcul des probabilités est un outil efficace; la règle de choix qui a été donnée (formules (1) et (1')) est souvent appelée règle de Laplace (nous préfèrerions dire règle de Pascal). Il convient d'ailleurs de remarquer que l'utilisation de cette règle de choix reste valide sous des hypothèses plus faibles, au moins en apparence, que celles qui ont été faites ici (voir par exemple l'ouvrage de Savage: The Foundations of Statistics).

Lorsque nos hypothèses tombent en défaut, soit que A ne soit pas bien déterminé, soit que les conséquences ne puissent être évaluées numériquement, soit enfin que les hypothèses 2 et 3 sur les espérances ne semblent pas représenter correctement la valeur que l'agent de la décision attache à ses décisions et le "calcul" de celles-ci, on devra élaborer d'autres règles de choix, telle par exemple la règle Maximin (ranger les décisions dans l'ordre du gain minimum que l'on peut attendre de chacune d'elle); c'est à ces cas que les ouvrages techniques réservent d'ordinaire le nom de décision devant l'incertitude.