

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

J. DUFRÉNOY

M.-L. DUFRÉNOY

Prévision et prospective

Journal de la société statistique de Paris, tome 107 (1966), p. 183-194

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1966__107__183_0

© Société de statistique de Paris, 1966, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

III

VARIÉTÉS

PRÉVISION ET PROSPECTIVE

La « prévision » est basée sur l'étude de « tendances » et sur l'évaluation de risques, c'est-à-dire sur l'étude des « probabilités », qui fait l'objet de la « statistique mathématique ».

Le fondateur de la statistique fut un négociant de Londres, John Graunt, qui, en 1662, publia ses « Natural and Political Observations on the Bills of Mortality... ». Christian Huygens dans une lettre du 9 juin 1662, salue dans ses « Observations... » ce qui peut devenir « la base d'une Science de la prévision... ».

En France, Fermat, « ayant ressuscité la théorie des nombres, tombée dans l'oubli depuis l'antiquité, est, avec Pascal, le précurseur de la théorie des probabilités » (P. Sergescu).

On ne rend pas assez justice à Pascal pour son extraordinaire génie mathématique : les méthodes de Pascal ont été, il est vrai, remplacées par le calcul infinitésimal de Newton et de Leibniz, mais ce nouveau calcul s'appuyait, à son origine, sur les « méthodes des indivisibles », de Cavalieri et de Pascal.

La « tendance » en tant que continuation d'un mouvement avait été étudiée sous le nom d'*impetus* par les Parisiens, notamment par Jean Buridan, expérimentalement dans le cas d'un « mobile » (bateau mû par un hâleur) et théoriquement, pour ébaucher une dynamique céleste impliquant le concept de l'inertie (que Descartes formula explicitement.)

Même après que Nicolas Oresme eut développé la notion de fonction mathématique en inventant ce qui devait devenir le calcul infinitésimal, les Parisiens n'ont pas compris comment l'outil mathématique pouvait être utilisé à résoudre les problèmes de physique.

Considérer toute la nature comme la manifestation d'une structure mathématique, étudier le mouvement non plus selon l'« *impetus* », « qualité dont la nature est de mouvoir les corps », mais exploiter le concept quantitatif que Jean Buridan avait conçu sans l'appliquer (la puissance de l'*impetus* est proportionnelle à la vitesse du hâleur, l'*impetus* est proportionnel au volume et au poids du mobile), telle fut l'œuvre du Florentin Ficini et du Padouan Pomponazzi.

Dès la fin du xv^e siècle, pour Ficin, l'homme ayant « vu l'ordre des cieux, l'origine de leurs mouvements, leur profession, leur distance et leur action » ayant compris comment fonctionne le monde, peut non seulement prévoir les événements naturels, mais prétendre diriger le cours des événements.

En 1520, Pomponazzi, écrivant des causes de tout ce qui se passe dans la nature et des enchantements, confirme les vues de Ficin : l'homme doit s'assigner pour but la domination de l'Univers par son industrie : cette idée de progrès, par la technique et par la science, fut développée en 1537 par Tartaglia qui, dans la *Nuova Scienza* indique que pour parvenir à l'ensemble des connaissances humaines, il faut passer par la « porte étroite » dont l'accès n'est donné que par Euclide, prince des géomètres.

— Qu'il ne lise pas mes principes, celui qui n'est pas mathématicien — écrit Léonard de Vinci pour qui « il n'y a point de certitude là où l'on ne peut appliquer aucune des sciences mathématiques » et « aucune investigation humaine ne peut s'appeler vraie science si elle ne passe par des démonstrations mathématiques ».

S'intéressant à ce qui peut se mesurer, dans le temps et dans l'espace, Léonard de Vinci parvient à la notion de relativité, de même que Copernic d'après qui si quelqu'un... estimait que les mouvements des astres paraissent irréguliers parce qu'ordonnés par rapport à un autre centre que le centre de la Terre, il pourrait peut-être apporter une explication nullement absurde de l'irrégularité des mouvements apparents, car tout mouvement local apparent provient soit du mouvement de la chose vue, soit de celui du spectateur, soit d'un mouvement inégal des deux.

Ainsi s'introduit la notion du choix entre hypothèses, encore que ce choix soit guidé par des considérations esthétiques : « entre deux structures mathématiques, c'est la plus belle qui est la plus vraie » : Copernic aurait pu recevoir de Novara l'idée d'un Univers gouverné par une harmonie mathématiquement ordonnée : l'axiome « la Nature agit toujours par les voies les plus brèves » est annonciateur du principe de Moindre Action que Maupertuis devait élaborer deux siècles plus tard ; l'axiome « la Nature ni ne redonde en superfluités, ni ne manque de nécessaire » devait attendre jusqu'à nos jours pour être explicité par la théorie de l'Information.

DISTRIBUTION NORMALE ET COURBE SIGMOÏDE

La « distribution normale » de cent observations x_i relatives à une variable X est caractérisée par deux paramètres :

1° le paramètre de position $\bar{x}$ correspond à la moyenne arithmétique $\frac{\sum x_i}{100}$ et à la médiane, c'est-à-dire au quantile $Q_{50\%}$;

2° le paramètre de dispersion $(\pm \sigma x_i)$ s'estime par $(\pm S_{x_i})$ qui correspond à la différence $Q_{50\%} - Q_{16,445\%}$ ou $Q_{50\%} - Q_{(-100\% - 16,445\%)}$.

La courbe d'intégration de la distribution normale (courbe sigmoïde) se transforme en droite lorsque les quantiles sont portés en ordonnées, non plus sur échelle arithmétique, mais sur échelle de probabilité normale.

L'équation de la droite de régression obtenue par cette anamorphose prend la forme classique $\hat{y} = a + bx$ à la faveur d'une transformation convenable des quantiles en unités d' $\hat{y}$ mesurables sur échelle arithmétique.

1. Échelle gaussienne

Les 19 quantiles 0,05, 0,10..., 0,50..., 0,90, 0,95, sont considérés comme caractérisant chacun l'un des 19 compartiments d'une échelle s'étendant de $y = 0,00$ à $y = 32,89...$

La distribution est symétrique par rapport au 10^e compartiment correspondant à $Q = 0,50$, ou à $\bar{y} = 32,89/2 = 16,445$.

Il y a q compartiments avant le 10^e.

Au 9^e correspond $y = 16,445 - 1,245 = 15,2...$, au 11^e de la valeur symétrique $y = 16,445 + 1,245 = 17,69...$ en arrondissant à la 2^e décimale on fait correspondre à chaque quantile Q , la valeur $\hat{y}$ de l'échelle gaussienne.

Q	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45
$\hat{y}$	0,00	3,63	6,08	8,03	9,70	11,20	12,60	13,92	15,20
Q	0,95	0,90	0,89	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55
$\hat{y}$	32,89	29,26	26,81	24,86	23,19	21,69	20,30	18,98	17,70

2. Échelle de probit

Au lieu de faire correspondre à chaque quantile une valeur de y estimée à la 2^e décimale près, on peut, sur l'échelle arithmétique des ordonnées faire correspondre au quantile $Q_{50\%}$ la valeur 5 et symétriquement vers le bas ou vers le haut établir les correspondances approximatives.

Q	31	16	7	2,4	Q	69	84	93	97,6
P	4,5	4,0	3,5	3,0	P	5,5	6,0	6,5	7,0

L'échelle de probits, utilisable pour transformer en droite une courbe de mortalité, jouit de faveur surtout parmi les toxicologistes, lorsque chaque quantile représente l'estimation de la proportion des individus qui, exposés à un risque (x_t) succombent : Quastel a montré qu'il est plus logique d'effectuer l'anamorphose par transformation $-\ln(\ln)$.

La courbe en S ou sigmoïde, comporte, dans sa moitié initiale inférieure, une courbe exponentielle, à laquelle succède, dans la moitié ultérieure, une courbe exponentielle inverse; la courbe sigmoïde est symétrique par rapport au point de coordonnée ($Y/2, T/2$) lorsque Y désigne le plafond vers lequel la courbe tend asymptotiquement au temps T .

La courbe sigmoïde connaît donc 2 anamorphoses en droite :

1^o transformation de l'échelle arithmétique des ordonnées (y , représentant la croissance acquise au temps t) en échelle de probabilité normale, sur laquelle on porte les y transformés en % de Y ;

2^o transformation de l'échelle arithmétique des abscisses (temps, de $t = 0$ à $t = T$) en échelle arc tangente en choisissant comme origine des temps $T/2 = 0$ (voir graphique 4).

La courbe sigmoïde représente la courbe d'intégration de la « courbe en cloche » généralement utilisée pour représenter la « Distribution normale » dite gaussienne.

L'objet de cette étude est :

1^o d'indiquer pour diverses distributions observées, quel est le modèle mathématique le plus vraisemblable : celui de la distribution normale ou celui de la distribution log-normale, qu'on ramène à une distribution normale par la transformation de l'échelle arithmétique en échelle logarithmique pour les abscisses (x ou t);

2° d'utiliser le modèle le plus vraisemblable :

- a) à l'interprétation de phénomènes historiques;
- b) à la prévision à court terme ou à long terme.

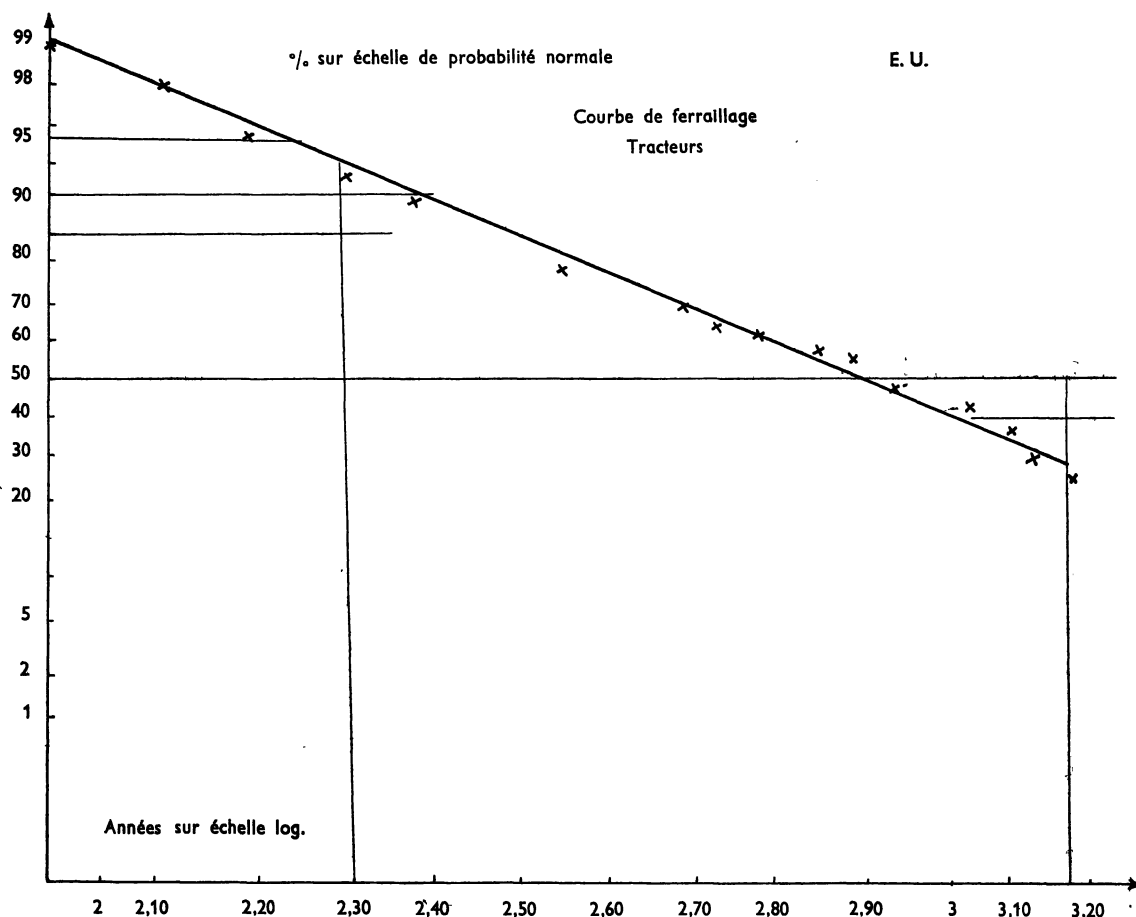
Au sujet de phénomènes historiques on dispose de la distribution des fréquences observées à chaque année t du cycle : il est donc aisé d'estimer le niveau $Y_{\max}$ de l'asymptote supérieure de la courbe sigmoïde, et la valeur de $Y/2$ au milieu du cycle.

Pour une prévision on ne dispose que des fréquences observées durant une phase initiale du cycle : il faut par approximations successives estimer $Y_{\max}$.

COURBES DE « MORTALITÉ » ET COURBES DE « FERRAILLAGE »

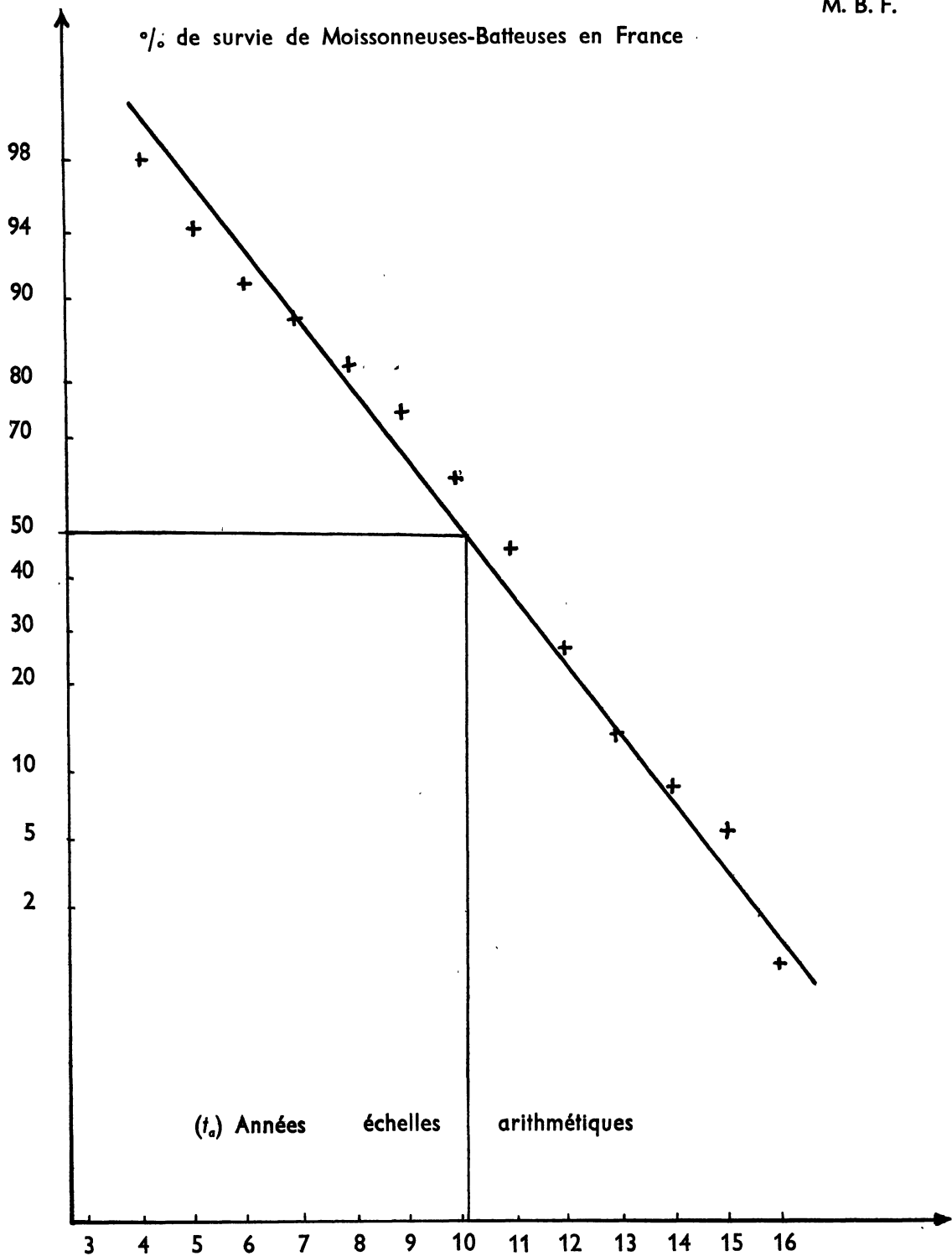
Une population initiale, au temps $t = 0$, étant prise pour 100 %, une courbe de mortalité s'exprime en % de survivants à des temps $t_1... t_a...$

La courbe de mortalité représente l'image dans un miroir d'une courbe de croissance de population.



GRAPHIQUE 1. — En abscisses log des nombres (x) d'années de service de tracteur aux E. U.; en ordonnées, échelle de probabilité normale, % de tracteurs servant en plus (x) ans. Le droite de régression intercepte le niveau 50 % à l'aplomb de $\log x = 2,9$, correspondant à $x = 18$ ans; 50 % des tracteurs auront au plus 18 ans; il faut attendre 18 ans pour constater le ferrailage de la moitié des tracteurs, les 50 % restant sont ferrillés au cours des 5 années suivantes 19 à 25.

M. B. F.



GRAPHIQUE 2. — En abscisse, échelle arithmétique, nombre d'années de service d'une moissonneuse-batteuse; en ordonnées, échelle de probabilité normale; 50 % des moissonneuses servent plus de 3 à 10 ans et 50 % plus de 10 ans.

La courbe de croissance part de l'état initial ($y = 0$) au temps t_0 pour tendre vers $Y_{\max}$ pris pour 100 % au temps T:

La courbe de mortalité part d'un niveau (Y_t) = 100 % au temps (t_t) pour tendre vers le niveau zéro au temps ($t_t + a$).

Si on emploie l'échelle arithmétique pour les ordonnées (Y) et pour les abscisses (temps en années) on obtient une demi-cloche gauche ou courbe en S, pour la croissance, une demi-cloche droite ou courbe en $\sim$ pour la mortalité.

A la courbe de mortalité on peut comparer la courbe de ferrailage, puisque, dans une population (ou parc) de machines, la « courbe de survie » dépend du « taux d'avarie », c'est-à-dire de la probabilité (q) d'avarie, dans un espace de temps t_a à $t_a + 1$, ce taux étant fonction de la durée de service t_a (graphique 1).

Si le taux d'avarie est proportionnel à (t_a) la courbe de ferrailage peut se transformer en droite par utilisation de l'échelle de probabilité normale pour les taux d'avarie en conservant l'échelle arithmétique pour (t_a) (graphique 2).

CALCUL DE LA COURBE DE SATURATION POUR UN PARC DE MACHINES AGRICOLES

1. Moissonneuses-batteuses

« Ce serait une découverte bien utile que de trouver un moyen de couper les grains avec quelque machine... J'invite les mécaniciens à s'en occuper... » Ce vœu de Duhamel de Monceau (Culture des Terres, t. VI, p. 475) ne devait se réaliser que deux siècles plus tard, aux États-Unis, puis en Europe.

1. a) Courbe ayant atteint le niveau de saturation.

Aux États-Unis, les nombres (en milliers) de moissonneuses-batteuses partent de 221 en 1941 pour atteindre la valeur $Y_{\max} = 1\,045$ en 1959.

Une valeur voisine de ($Y_{\max}/2$) soit $y = 620$ (correspondant à 51,6 % de $Y_{\max}$) avait été observée en 1949. L'accroissement de 1941 à 1949 a donc été $629 - 225 = 395$, et l'accroissement de 1949 à 1959 de 425. La droite de Henry résultant de l'anamorphose de la courbe sigmoïde est définie par le paramètre de position $Y_{50\%} = 620$ et par le paramètre de dispersion correspondant aux nombres d'années utilisées pour passer de ($y_{16\%}$) correspondant environ à $y = 320$ observé en 1943, à $y_{50\%}$ observé en 1949, puis de $y_{50\%}$ à ($y_{84\%}$) correspondant environ à 900, observé vers 1952-1953.

L'accroissement absolu du parc avait été 45 000 en 1943 et de 43 000 en 1953.

L'estimation du niveau de saturation et de l'année où sera atteint ce niveau peut se faire graphiquement par transformation de la courbe sigmoïde en « droite de Henry ».

Pour chaque année successive (portée sur échelle arithmétique d'abscisses dans l'hypothèse de « Distribution normale »), on porte, en ordonnée, sur échelle de probabilité normale le « pourcentage cumulatif » calculé en fonction de ($Y_{\max}$) pris pour 100 % : par approximations successives on attribue à ($Y_{\max}$) une valeur vraisemblable et telle que les pourcentages cumulatifs calculés, au cours des années successives d'observation, s'alignent sur une « droite de Henry ». Cette droite intercepte le niveau 50 % de l'échelle de probabilité normale à l'aplomb de l'année, qui sur l'échelle arithmétique des abscisses, marque la fin de la période d'accélération.

1. b) Courbes n'ayant pas atteint le niveau de saturation.

Le nombre des « corn-pickers » aux États-Unis est passé de moins de 100 000 en 1938 à plus de 800 000 en 1962; la courbe obtenue sur échelles arithmétiques des temps et des Y amorce une courbe sigmoïde.

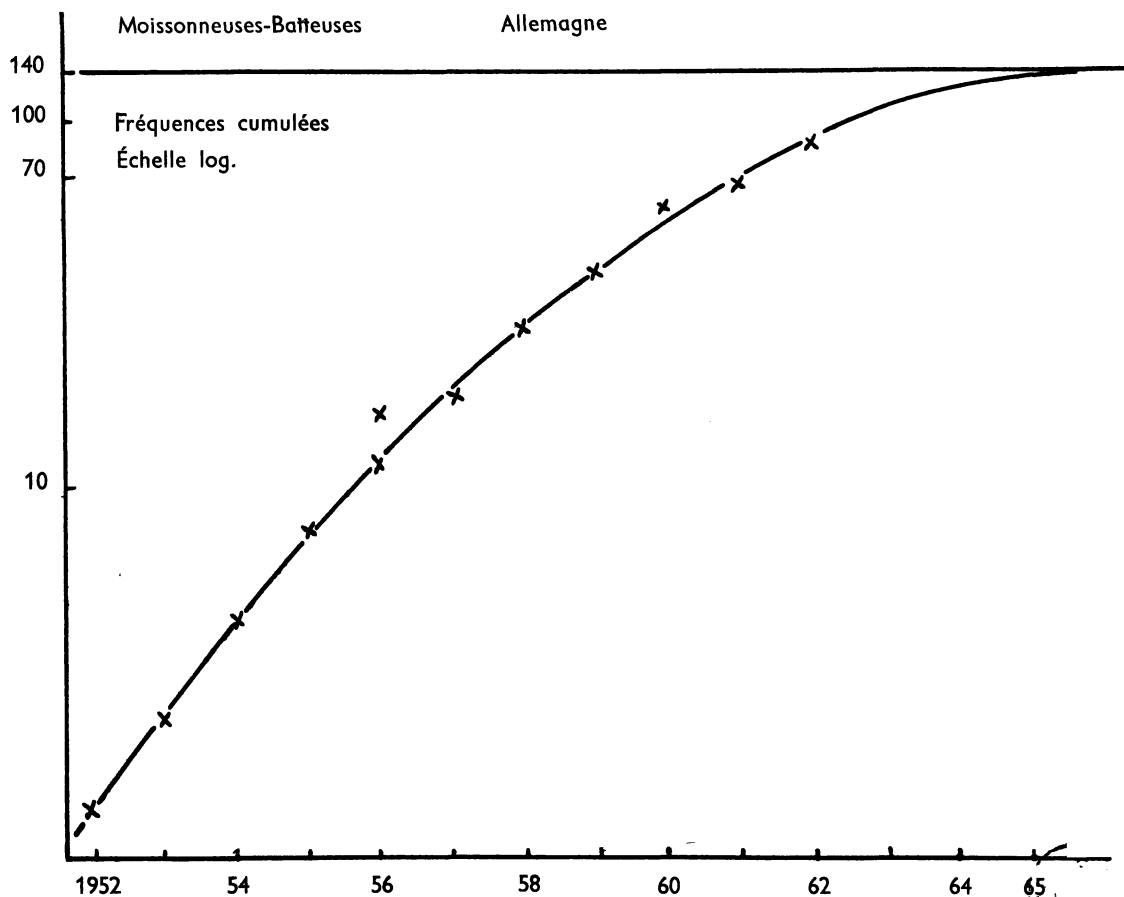
En attribuant à la valeur $y = 815\,000$, observée en 1962 la valeur $Y_{\max}$ prise pour 100 % et en calculant au cours de chaque année de 1940 à 1960 les pourcentages cumulatifs en fonction de 815 000 on obtient la distribution des points.

Si on admet que le chiffre de 456 000 atteint en 1950 correspond à $(Y_{\max}/2)$ on peut estimer $Y_{\max}$ à environ 900 000, plafond qui aurait dû être atteint vers 1962 si la courbe observée pouvait être représentée par une sigmoïde : le parc n'est pas encore parvenu à saturation.

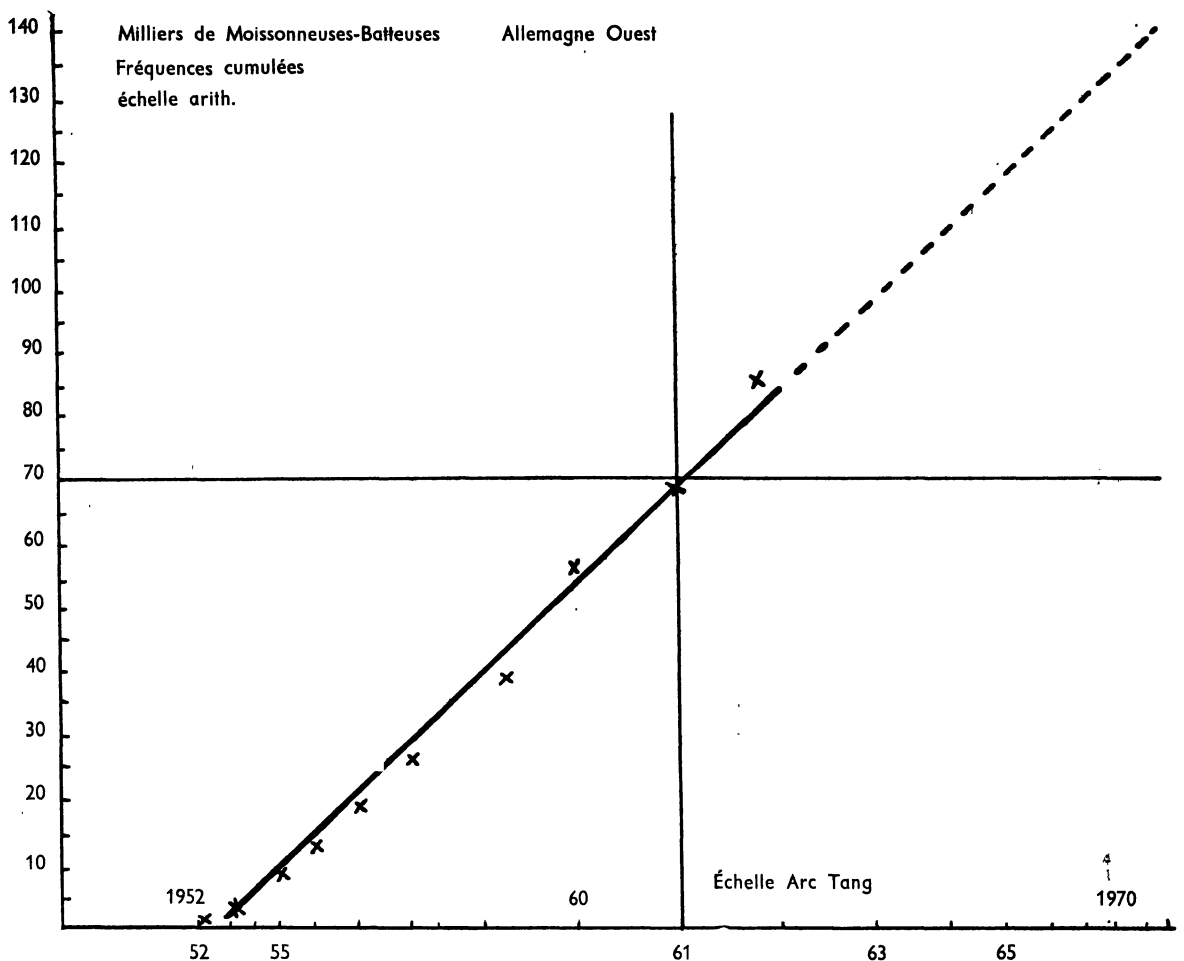
ÉVOLUTION DE PARCS DE MOISSONNEUSES-BATTEUSES EN EUROPE

1. Allemagne (graphiques 3 et 4) :

Wolfgang Vornkahl (*Landwirtsch. Forsch.*, 13, 1963, H₂, pp. 41-46), ayant relevé les fréquences de moissonneuses en usage en Allemagne occidentale au cours de chaque année de 1952 à 1962, a cumulé ces fréquences et a calculé les pourcentages cumulatifs en adoptant



GRAPHIQUE 3. — En ordonnées sur échelle log fréquences cumulées des moissonneuses-batteuses en Allemagne de l'Ouest 1962 à 1965.



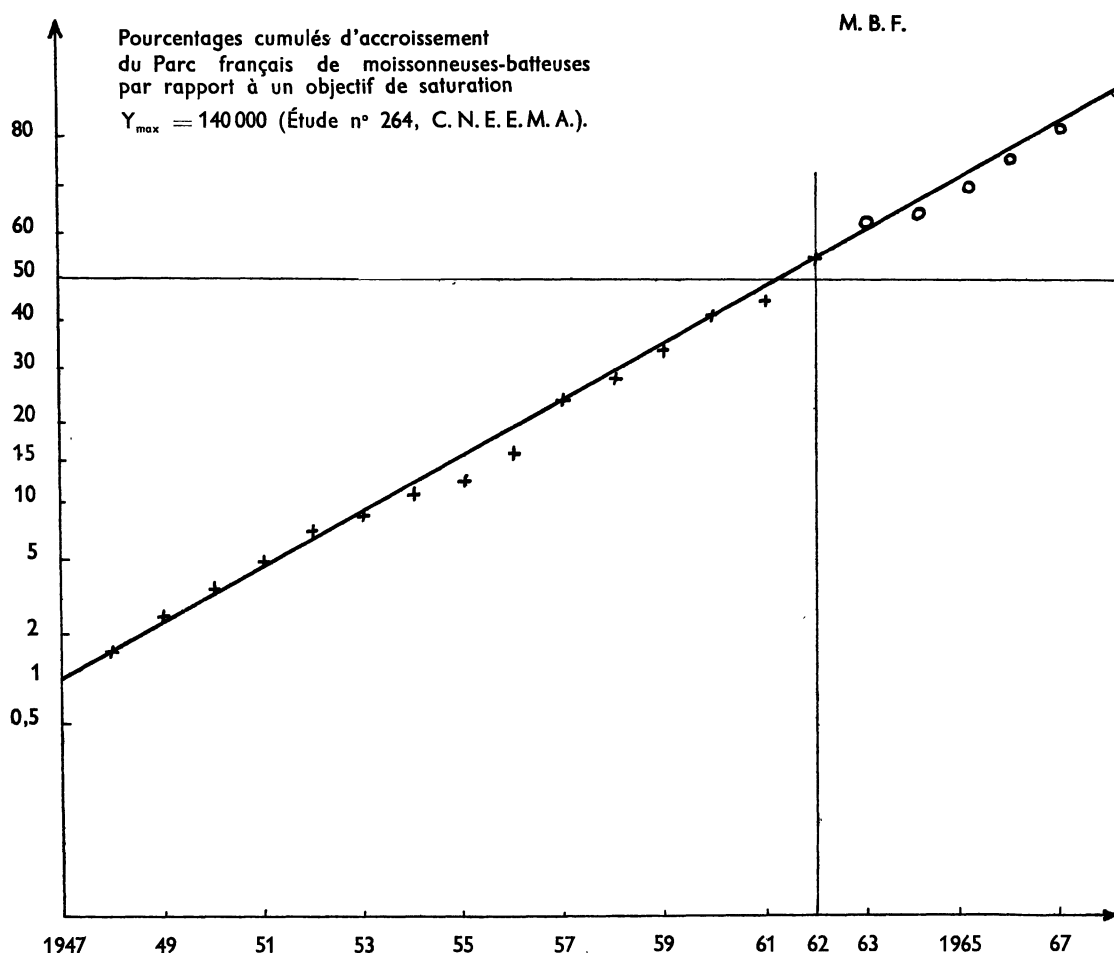
GRAPHIQUE 4. — Évolution du parc de moissonneuses-batteuses en Allemagne de l'Ouest; en abscisses années sur échelle arc-tangente; en ordonnées sur échelle arithmétique fréquences cumulées.

comme valeur de plafond ou 100 % soit 95, soit 250, soit 140 milliers. Les pourcentages cumulatifs calculés en fonction de 140 000 permettent pour chaque année de 1952 à 1962 de définir un point, dont l'abscisse correspond à l'année et l'ordonnée au pourcentage cumulatif, sur échelle de probabilité normale. Ces points s'alignent sur une droite depuis 0,6 % correspondant à 1952 jusqu'à 60,7 % en 1962; la droite, prolongée, atteindrait le niveau 98,8 % en 1970; l'accroissement annuel, de l'ordre de 17 000 en 1962, tomberait alors à 1 600.

2. France (graphique 5) :

Le nombre y de milliers d'unités est passé de 5 en 1950 à plus de 75 en 1962. En posant $Y_{\max} = 140$ on définit une droite de régression coupant le niveau 50 % pour la valeur $Y = 70$, atteinte entre 1961 et 1962.

Mais, l'accroissement du nombre des unités ne rend pas compte de l'accroissement réel des moyens mécaniques, puisque de 1950 à 1962 la puissance de chaque unité tend à augmenter ce qui entraîne entre autres conséquences, et corrélativement, la nécessité d'accroître



GRAPHIQUE 5. — Évolution du parc des moissonneuses-batteuses en France. En abscisses (échelle arithmétique) années de 1947 à 1967. En ordonnées échelle de probabilité normale % cumulés des moissonneuses-batteuses en France.

+ correspondant aux fréquences observées

o correspondant aux fréquences prévues de 1962 à 1967

le nombre d'heures de travail de chaque unité, la nécessité de disposer pour chaque unité mécanique non seulement du nombre d'Ha de S. A. U. dépassant le seuil au-dessous duquel la mécanisation n'est pas rentable, mais aussi de disposer de parcelles ayant chacune une surface et une forme telles que la machine puisse y travailler économiquement : pour une moissonneuse-batteuse automotrice à moyen rendement, entre le nombre (x) d'hectares récoltés par an et le coût (y) de récolte à l'hectare existe cette relation fonctionnelle $\log y = K \log x$. Le coût à l'hectare passant de $y = 157$ pour $x = 50$ Ha à $y = 56$ pour $x = 170$ ha.

Une exploitation agricole devra désormais être estimée en fonction non plus seulement du nombre d'hectares cultivables (S. A. U.) ou du nombre d'heures de travail humain, mais surtout en fonction du nombre des « unités » de travail de traction » à mettre en œuvre, unité étant exprimée en cheval nominal/heure. (Études C. E. N. E. M. A., n° 283, p. 42, 1965).

En estimant que sur une exploitation l'heure de tracteur correspond à 3 heures de travail humain, une exploitation à 2 unités de travailleurs (2 UTH) disposant par an de 4 800 heures de travail, n'emploiera que $4\,800/3 = 1\,600$ h de tracteur, soit pour un tracteur de 35 ch l'équivalent de 56 mille ch/h.

L'utilisation de l'unité de traction ne devient économiquement rentable que sur une exploitation exigeant au moins 40 mille ch/h/an de besoins énergétiques, soit en ha : 43 de polyculture de plaine, ou 70 de cultures ou 33 de vignobles.

TABLEAU I
Parc de tracteurs en France

1	2	3	4	5
1950	142			9,4
1951	156	23	16,1	10,1
1952	195	30	18,1	13
1953	230	35	17,9	16
1954	270	40	17,3	18
1955	335	65	24	22
1956	425	90	26,8	28
1957	535	110	25,8	35,6
1958	625	90	16,8	41,5
1959	700	75	12	44
1960	760	60	8,5	50,6
1961	830	70	9,2	55
1962	900	70	8,4	60
1963	980			65
1964	1 060	82		70

Tableau : Colonnes :

- 1) Années.
- 2) Milliers de tracteurs en service, de 1956 à 1964.
- 3) Milliers de nouveaux tracteurs mis en service chaque année.
- 4) % d'accroissement annuel du parc de tracteurs.
- 5) % cumulés en % du total de (1,5) (10⁶) en admettant que 50 % du max. a été atteint en 1960.

Le tableau II indique pour chaque nombre (n) de tracteurs par exploitation d'une surface agricole utile de (x) ha, la puissance moyenne du tracteur (P_{cv}), et $y = (n) (P)$ représentant la puissance en Cv dont dispose une exploitation de x ha d'après C. N. E. E. M.A. n° 273-4, p. 29, juil.-août 1964).

On constate que $\log y = K \log x$, avec K voisin de 1.

TABLEAU II

n	x	P	$nP = y$
1	34	28	28
2	70	34	68
3	120	36	108
4	140	37	148
5	180	39	195
6	230	43	258
7	300	40	280

BIBLIOGRAPHIE

- M. COQUART, L'évolution du machinisme agricole au cours des quinze dernières années. *Paysans*, fév.-mars 1965, n° 52, pp. 28-37.
- R. CARILLON, L'évolution générale du machinisme agricole au cours des vingt prochaines années. *Le génie rural*, fév. 1965, n° 2, pp. 99-101.
- Concurrence étrangère et tendance à la saturation du marché : deux difficultés majeures des industries du machinisme agricole. *La correspondance économique*, 18 fév. 1965, n° 9690, 7 p.
- Bulletin d'information C. N. E. E. M. A.* n° 89 (Tracteurs agricoles en Union soviétique), p. 24, juin 1965; n° 90 (Utilisation des tracteurs agricoles), p. 22, juil. 1965.

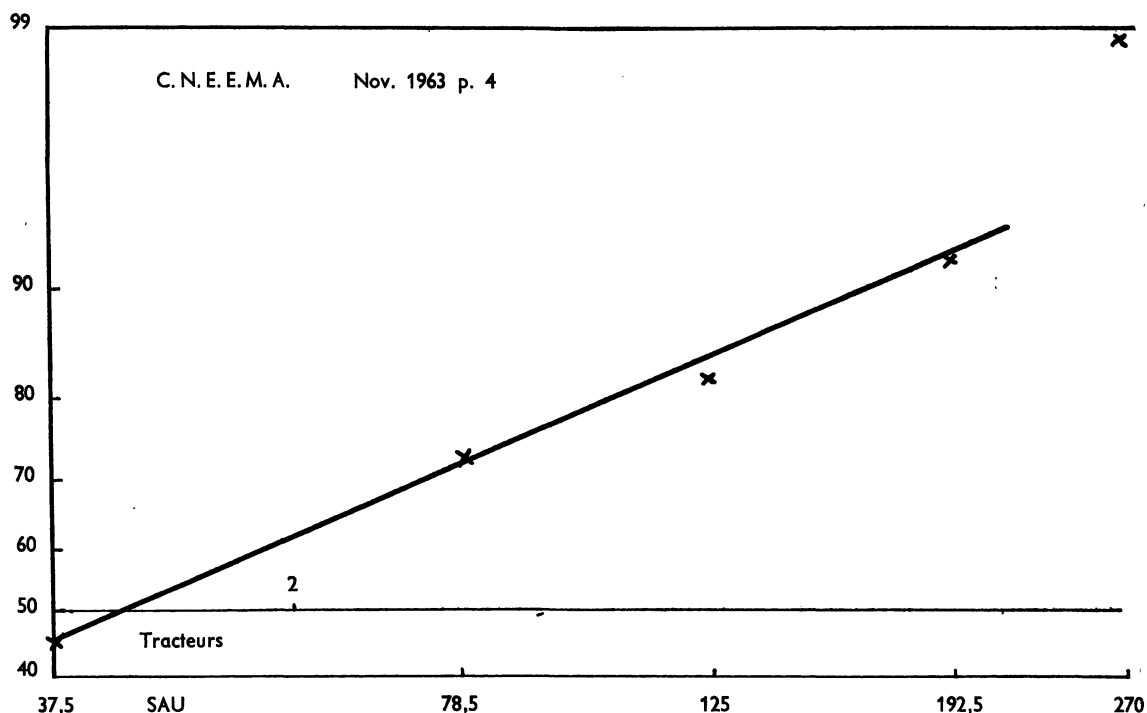
COURBES D'ACCROISSEMENT DU NOMBRE DES TRACTEURS ET DE LA VALEUR FONCIÈRE DES TERRES EN FRANCE

Le nombre des milliers de tracteurs utilisés en France est passé de 37 en 1945 à plus de 500 en 1958, la courbe exponentielle de croissance correspondant à la moitié inférieure d'une courbe sigmoïde dont la moitié supérieure tend vers l'asymptote $Y_{\max} = 10^6$ qui serait atteinte vers 1970 et qui correspondrait à (28) (10^6) CV de puissance nominale, soit 0,8 CV par hectare de sol cultivé et devrait suffire si chaque tracteur était utilisé sur une S. A. U. suffisante, soit 35 ha pour un tracteur de 28 CV.

Moins de 50 % des exploitations atteignent 35 ha d'où nécessité d'accroître la S. A. U. : sur papier millimétré, à la partie linéaire de la courbe d'accroissement du parc des tracteurs de 1956 à 1963, correspondent de 1955 à 1962 les droites figurant l'augmentation de la valeur des terres labourables (de 1 400 à 3 500) et des prairies (200 à 4 250) en francs 1962, par hectare (*Bull. Inform. C. N. E. E. M. A.*, 77-78, juin-juil. 1964).

La comparaison d'allures de courbes sur papier millimétré est cependant fallacieuse puisqu'elle porte sur les « différences » Δy observées chaque année, quant aux nombres de tracteurs ou aux milliers de francs par hectare.

L'emploi pour les ordonnées d'échelle log au lieu d'échelle arithmétique permet de faire apparaître les proportions d'augmentation du nombre des tracteurs et du nombre de milliers de francs par hectare, il se révèle que de 1953 à 1962 la valeur des prairies augmente en proportion du nombre des tracteurs; alors que l'augmentation est plus que proportionnelle pour les terres labourables, en d'autres termes la valeur marginale d'un hectare de terre labourable augmente d'autant plus qu'il y a plus de tracteurs en service.



GRAPHIQUE 6. — En abscisses; sur échelle log nombres des tracteurs (1, 2..., 7-8) par classes de S. A. U. (37,5 à 270 ha) en ordonnées sur échelle de probabilité normale, fréquences des exploitations par classe de S. A. U. et de nombres de tracteurs.

RISQUES RELATIFS A LA SATURATION

L'économie du temps présent est une économie d'expansion caractérisée par l'augmentation, selon une courbe exponentielle pour chaque activité, de la puissance de chaque unité mécanique de production, du nombre des unités de chaque type d'instrument; de la multiplication et de la spécialisation des types d'instruments : par exemple, pour la production céréalière, pour le blé, moissonneuses-batteuses, pour le maïs, « corn-pickets »...

Corrélativement augmente le nombre des unités produites par unité de ressource à investir pour la population : qu'il s'agisse de croissance d'une population ou de la croissance de chaque individu de cette population, si nous portons en abscisses les temps (t) à partir du début (t_0) du cycle de croissance et en ordonnées les accroissements (de fréquences dénombrées) Δy pour chaque égal intervalle de temps Δt , nous déterminons des points d'abscisse t_i et d'ordonnée y_i qui dessinent une courbe exponentielle, dont la branche ascendante acquiert une certaine pente, puis s'infléchit pour dessiner une courbe exponentielle tendant vers une asymptote supérieure.

A la différence de la courbe de croissance d'un individu qui est polarisé dans le temps et tend irréversiblement vers l'asymptote supérieure, la « courbe de croissance » d'une population connaît, sous forme d'image dans un miroir, la courbe dite « courbe de mortalité » dans le cas des populations d'individus humains, animaux, végétaux ou microbiens et dite « courbe de ferrailage » dans le cas des populations d'objets ou de machines.

Les cycles intéressant les populations d'individus organisés ou de produits fabriqués tendent vers une asymptote supérieure qui correspond à un niveau de saturation : l'estimation, à court terme et surtout à long terme, du niveau de saturation pour un cycle déterminé a un intérêt économique et politique.

M.-L. et J. DUFRÉNOY

* * *