JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

Échange de vues sur les réformes à apporter à l'étude des mathématiques dans l'enseignement moyen

Journal de la société statistique de Paris, tome 88 (1947), p. 285-297

<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1947__88__285_0>

IV

ÉCHANGE DE VUES SUR LES RÉFORMES A APPORTER A L'ÉTUDE DES MATHÉMATHIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT MOYEN

M. **Fréchet** informe la Société qu'il avait proposé à la Commission de réforme de l'enseignement secondaire, présidée par feu Langevin, d'introduire la Statistique mathématique et le Calcul des probabilités dans le programme de l'enseignement moyen. Il avait soumis à cette Commission un projet de programme de ces deux nouvelles disciplines (2). Dans ce programme, il avait cru préférable de ne placer l'abstrait qu'après le concret et, en conséquence, de faire précéder des éléments de calcul des probabilités par des éléments de statistique mathématique. Il ne sait quelle suite a été donnée à sa proposition qui va être reproduite ci-après.

Projet d'introduction du calcul des probabilités dans l'enseignement moyen, présenté par M. Maurice Fréchet, professeur de calcul des probabilités à la Faculté des Sciences de Paris), à la Commission de réforme de l'enseignement.

Ce projet comporte :

1° Un programme dressé par M. Fréchet, en novembre 1945, après consultation de dix spécialistes;

---

(1) On pourrait imaginer un premier classement dégagé de l'influence personnelle en le basant sur un indice d'efficacité égal à la somme $n + \varepsilon$. Il faudrait définir convenablement ε de sorte que son ordre de grandeur soit celui de n et qu'il tienne compte du nombre des « exposés au risque ».

(2) Ce projet avait été préparé en tenant compte d'un certain nombre d'observations concernant un avant-projet qu'il avait soumis à quelques membres de notre Société.

2° Une liste des modifications proposées par ces spécialistes en dehors de celles qui ont déjà été retenues par M. Fréchet.

Afin de faire mieux apprécier par les élèves l'étendue et l'importance des applications du calcul des probabilités, l'étude de ce calcul sera précédée par celle de notions de statistique mathématique.

Celles-ci pourraient être enseignées à titre obligatoire aux élèves des différentes sections éventuelles de première. Mais, pour diminuer la surcharge des programmes, d'une part, pour rapprocher de la vie l'enseignement de l'algèbre, d'autre part, le professeur s'efforcera de remplacer la plus grande proportion possible des exercices ou devoirs à traiter par les élèves à titre d'application du cours d'algèbre de première ou des classes précédentes (exercices généralement donnés sous forme abstraite) par des exercices correspondants de statistique mathématique concernant des problèmes concrets (avec applications numériques).

Les notions de théorie des probabilités seraient données dans les classes de philosophie et de mathématique élémentaire (à titre obligatoire ou à titre facultatif parmi les matières à option pour la première) avec un programme différent pour ces deux classes.

NOTIONS DE STATISTIQUE MATHÉMATIQUE

Classe de première.
(Une heure par semaine pendant le second semestre.)

Série statistique (des valeurs observées d'un caractère) représentée par une liste énumérative ou une collection de fiches.

Nombre de répétitions et fréquence d'une de ces valeurs. Table des nombres de répétitions ou des fréquences relative à une série statistique. Exemples : nombres de logements d'une ville classés suivant leur nombre de pièces. Nombres des conscrits classés suivant leurs tailles. Nombres de pièces mécaniques, théoriquement interchangeables, classées d'après les valeurs précises de l'une de leurs dimensions.

Fréquences cumulées. Application au classement des valeurs observées d'un caractère par les déciles. Limites empiriques d'incertitude contenant 95 % (par exemple) des fréquences.

Théorèmes des fréquences totales et des fréquences composées.

Notion générale de valeur typique d'un caractère d'après une série statistique : médiane; moyennes arithmétique (1) et géométrique. Leur calcul d'après un tableau de fréquence.

Notion générale de dispersion : demi-écart interquartile, écart-type empirique (2). Inégalité empirique de Bienaymé.

Loi empirique des erreurs d'observation (cette loi sera définie par une table numérique de la loi de Laplace réduite). Graphiques de la courbe en cloche et de la courbe en ogive. Leur symétrie. Vérification du bien-fondé de l'emploi

(1) Signaler le lien avec le centre de gravité.
(2) Signaler le lien avec le moment d'inertie et le rayon de giration.

de cette table (1) sur des séries d'estimation de mesures (longueurs, poids, temps, températures) faites par les élèves, soit en classe au jugé, soit au cours de leurs manipulations de physique ou de chimie.

NOTIONS DE THÉORIE DES PROBABILITÉS

(Cours facultatif d'une heure, pendant un seul semestre, pris parmi les matières à option obligatoire, ou cours obligatoire?)

I. — CLASSE DE MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

Toute latitude sera laissée au professeur pour introduire la notion, si diversement interprétée, de probabilité.

(Par exemple : loi du hasard; interprétation de la probabilité comme une grandeur physique dont la fréquence est une mesure expérimentale. Cette interprétation conduit à poser les principes des probabilités totales et des probabilités composées.)

Soit comme conséquence de certains principes, soit comme définition, la probabilité est le rapport du nombre de cas favorables au nombre de cas également vraisemblables.

Applications aux jeux de hasard. Démonstration par l'intermédiaire des jeux, de la formule :

$$C_n^r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Loi binomiale. Sa comparaison numérique et graphique avec la loi de Laplace.

II. — CLASSE DE PHILOSOPHIE

Le professeur indiquera quelques-unes des interprétations qui ont été données de la probabilité et fera ressortir qu'elles sont toutes comparables avec le même ensemble de théorèmes mathématiques fournis par la méthode axiomatique.

Théorèmes ou principes des probabilités totales et des probabilités composées. Applications aux jeux de hasard (en se limitant aux applications numériques immédiates).

Opinions exprimées au sujet du projet par dix spécialistes.

MM. Émile Borel, Joliot et Rueff, membres de l'Institut.
Chapelon, professeur à l'École polytechnique.
Dumas, ingénieur en chef des industries navales.
Fortet, professeur à l'Université de Caen.

---

(1) On pourra employer, au lieu de la table, la formule $f = \frac{1}{10^s}$ ou mieux $f = \frac{1}{10^{\frac{s(s+1)}{2}}}$, où f est la fréquence d'une erreur accidentelle supérieure en valeur absolue à s D, quand $f = \frac{1}{10}$ pour $s = 1$.

MM. Hénon, directeur de l'Imprimerie Hénon.
Huber, directeur honoraire de la Statistique générale de la France.
Max Lazard, président de la Société de Statistique de Paris.
Morice, professeur à l'Institut de Statistique de l'Université de Paris.

I

Approuvent l'introduction du calcul des probabilités dans l'enseignement moyen :

Sans formuler de réserve : MM. Borel, Hénon, Joliot, Morice, Rueff.

Sous réserve d'un allongement correspondant des programmes : MM. Dumas, Fortet, Huber, Chapelon.

N'approuve pas cette introduction : M. Max Lazard.

II

Réservent explicitement cette introduction aux classes de philosophie et de mathématique élémentaires : MM. Max Lazard et Morice.

M. Émile Borel la ferait commencer en première.

III

Sont explicitement d'accord pour commencer par la statistique : MM. Chapelon, Dumas, Fortet, Hénon, Morice.

Préférerait l'ordre inverse : M. Émile Borel.

M. Chapelon est opposé à l'idée de placer des exercices de statistique dans le cours d'algèbre.

IV

Détails du programme.

M. Chapelon supprimerait la moyenne géométrique.

M. Dumas remplacerait la théorie relative à la fréquence d'une erreur accidentelle par la théorie de la droite de Henry. Il supprimerait la comparaison de la loi binominale et de celle de Laplace, ainsi que l'inégalité empirique de Bienaymé.

M. Morice écrit qu'on pourrait peut-être parler de la précision de la moyenne d'une série de mesures et dire quelques mots de l'étude des séries doubles (ne serait-ce que pour mettre en garde contre les abus du coefficient de corrélation).

MM. Dumas et Chapelon préféreraient ne pas laisser au professeur le choix d'une définition de la probabilité et indiqueraient en tout cas la définition classique de Laplace.

DISCUSSION

Après l'exposé de M. Fréchet, la discussion s'est ouverte. Nous avons groupé les interventions d'après la nature des sujets traités : Introduction dans l'enseignement du calcul des probabilités. Modification des méthodes d'enseignement.

M. Baticle pense, avec M. Borel, que la meilleure méthode, pour faire comprendre aux élèves la notion de probabilité, est celle qui consiste à partir de l'exemple des jeux de hasard. Cette méthode donne lieu, à son avis, à moins de difficultés théoriques que celle qui part de la considération des suites statistiques et dans laquelle la probabilité est la limite de la fréquence.

D'autre part, il estime qu'il y aurait intérêt à introduire le plus tôt possible la probabilité géométrique qui permet de traiter d'une manière élémentaire de nombreuses applications.

M. R. Risser. — C'est avec un très vif intérêt que j'ai suivi l'exposé de nótre collègue M. Fréchet sur les réformes à apporter dans l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire.

Que se propose-t-on en définitive : initier les élèves de mathématiques élémentaires aux principes généraux du calcul des probabilités et aux éléments de la statistique; l'idée est fort louable et excellente par les résultats que l'on peut en attendre, mais à la condition de ne pas exiger un effort nouveau des élèves.

Comme l'on désire introduire ces notions nouvelles de calcul des probabilités et de statistique, il serait judicieux de ne pas surcharger le programme actuel.

On pourrait réaliser la réforme envisagée en ayant soin de faire disparaître dudit programme certaines notions qui ne sont assimilées que par un nombre extrêmement restreint d'élèves, et d'autres questions qui n'offrent qu'un faible intérêt.

A ce propos, ne serait-il pas possible, d'une part, de supprimer les notions relatives à l'homographie et l'involution qui, à mon avis, trouvent leur véritable place dans le programme des mathématiques spéciales et, d'autre part, d'élaguer quelque peu tout ce qui touche au trinôme du second degré.

Je signale que pour tout ce qui concerne l'enseignement de ces notions nouvelles, il y aurait lieu, pour le professeur, de ne procéder que par étapes lentes, en ayant soin d'illustrer chacune des questions du programme nouveau par des exercices appropriés et de faire appel à l'idée de fréquence toutes les fois que l'on aborderait le domaine de la statistique.

Le maître devra, en définitive, s'efforcer de développer chez ses élèves l'association de l'esprit de finesse à l'aspect de géométrie.

Ce n'est, je pense, que dans ces conditions que l'on pourra obtenir des résultats heureux et amener ainsi les élèves à s'intéresser ultérieurement à ce type de spéculation intellectuelle.

M. Roy. — A une génération de distance, je m'étonne que les programmes actuels de mathématiques n'aient subi aucun changement, alors qu'ils auraient du s'adapter au progrès réalisés dans ce domaine. Or, pourquoi ne pas faire bénéficier ces programmes des améliorations enregistrées, alors qu'une telle adaptation est réalisée en littérature ou en histoire?

Je suis de ceux qui pensent que l'addition de nouveaux sujets ne risquerait pas d'alourdir les programmes, car l'enseignement des anciennes matières se prête à des élaguages et à des compressions, notamment par le recours à des méthodes plus générales et plus synthétiques. Il semble bien, en effet, que les théories anciennes s'épurent et s'allègent avec le temps, car ce n'est pas du premier coup que l'on parvient aux exposés les plus généraux et les plus simples.

Je considère en définitive comme hautement désirable d'enrichir l'enseignement secondaire de matières nouvelles pour que l'enseignement supérieur puisse à son tour s'élever au niveau de nos connaissances actuelles ou tout au moins s'en rapprocher.

Note de M. ALLAIS. — J'ai bien reçu la convocation de la Société de Statistique de Paris pour le mercredi 20 novembre 1946, mais, malheureusement, il me paraît peu probable que je puisse m'y rendre. Toutefois, la deuxième question inscrite à l'ordre du jour me paraît d'une importance capitale et je crois devoir vous faire part des deux observations suivantes :

1° Je pense que, d'une manière générale, l'étude des mathématiques dans l'enseignement secondaire (mathématiques élémentaires comprises) est très mal présentée aux élèves et de nature à les détourner des mathématiques.

Il faudrait, en effet, que les mathématiques intéressent les élèves *directement.* Ainsi et par exemple, ne pourrait-on pas présenter aux élèves la théorie des jeux, ce qui permettrait d'introduire l'étude du calcul des probabilités et, par là même, l'analyse avec tous les développements essentiels concernant le calcul infinitésimal, le calcul intégral et les équations aux différences finies. Il est hors de doute que présenter aux élèves la théorie du poker d'as, la théorie des jeux de cartes, la théorie de la roulette, la théorie des paris de courses, etc... serait pour eux d'un intérêt puissant qui retiendrait leur attention et les inciterait à réfléchir et à travailler.

En ce sens, la place faite à la géométrie et à l'arithmétique au début de l'initiation aux mathématiques me paraît une grave erreur car ce sont là des spéculations particulièrement difficiles et qui ne constituent, en tout état de cause, que des compartiments presque isolés des mathématiques.

L'enseignement de l'arithmétique et de la géométrie ne devrait être donné que dans les classes supérieures.

Ainsi, le premier point sur lequel je crois devoir insister est que l'enseignement soit rendu *vivant et attrayant* grâce à la présentation d'applications susceptibles de passionner les élèves.

2° Le deuxième point qui me paraît particulièrement important est que l'enseignement des principes fondamentaux de l'analyse devrait être donné entre la quatrième et la première. Je suis convaincu, en effet, que ces principes pourraient être facilement assimilés, surtout si l'on fait appel à l'intuition, par des esprits jeunes.

Une telle réforme de l'enseignement aurait pour avantage d'enseigner en mathématiques élémentaires et en mathématiques spéciales le programme actuel de l'École polytechnique et de réserver ainsi l'enseignement des grandes écoles à l'examen des principes, particulièrement d'ordre philosophique, qui dominent les mathématiques.

En outre, certaines questions particulièrement importantes pourraient être traitées qui, actuellement, ne figurent pas au programme, comme, par exemple, l'étude des équations intégrales, le calcul des différences finies, etc...

Ainsi et, en résumé, mon sentiment est que, dans l'ensemble, l'enseignement des mathématiques actuel n'est, en aucune façon, satisfaisant. D'une part, en effet, il écarte par le caractère rebutant qu'il présente, jusqu'aux mathématiques élémentaires comprises, un très grand nombre d'esprits et, par ailleurs, il ne donne pas à ceux qui seraient aptes à recevoir une formation mathématique particulièrement poussée les connaissances indispensables pour quiconque poursuit des applications quelque peu étendues dans un domaine déterminé.

M. Leprince-Ringuet pense qu'il pourrait sans doute être utile d'initier la jeunesse aux questions de probabilités; mais avant d'introduire quoi que ce soit de nouveau dans l'enseignement secondaire, il faudrait commencer par alléger les programmes de toutes les parties des mathématiques dont la grosse majorité n'aura pas à se servir par la suite. On verra alors par quoi elles pourraient être remplacées. Sinon on surchargera fatalement des programmes que les jeunes gens n'arrivent déjà pas à assimiler.

M. Corréard. — Au fond, de quoi s'agit-il, ainsi que disait Foch?

Comme tout enseignement, l'enseignement mathématique a pour but soit de rendre l'esprit capable de se mieux conduire, soit de faire connaître ce que d'autres hommes ont connu, soit de fournir un certain nombre de règles qui serviront dans la vie courante : c'est ce que j'appellerai éduquer, instruire et montrer.

Les règles que montre l'enseignement mathématique sont, ou spéciales, ou générales. Les règles spéciales sont données essentiellement dans les écoles professionnelles ou dans les écoles de haute formation technique. Elles doivent être étudiées pour chacune d'elles. Les règles générales sont données surtout dans le premier cycle d'enseignement et elles portent sur des objets fort simples. Avec quelques mesures de surface, elles comportent essentiellement les quatre opérations fondamentales de l'arithmétique, auxquelles on pourrait joindre l'extraction des racines carrées.

Deux observations essentielles paraissent devoir être faites. D'une part, l'usage de la règle à calcul serait à enseigner dans toutes les écoles primaires. D'autre part, l'habitude du calcul mental devrait être considérablement développée. Elle paraît négligée surtout dans les classes élémentaires des lycées, et elle peut être beaucoup plus poussée qu'aujourd'hui dans les écoles primaires. Non seulement elle rend directement service dans un grand nombre de cas, mais elle diminue beaucoup les chances d'erreur dans les opérations écrites. Il y a lieu de faire appel à l'ingéniosité des maîtres, ou peut-être des élèves eux-mêmes, pour rendre les exercices aussi attrayants que possible, mais il importe qu'ils soient, en tout état de cause, multipliés.

Instruire : communiquer aux jeunes gens d'aujourd'hui les connaissances acquises par ceux qui les ont précédés : c'est le fond même de l'enseignement. Mais il ne suffit pas de connaître les résultats : il importe aussi de savoir comment ils ont été obtenus. Nous pensons qu'on devrait introduire l'histoire des mathématiques dans les programmes des classes supérieures des lycées et dans les établissements d'enseignement supérieur. On en apprend habituellement quelques bribes, quand un professeur intelligent interrompt ses démonstrations pour conter une anecdote. Ces quelques échappées nous montrent tout ce qu'il peut y avoir d'humanité dans l'étude des découvertes que de grands esprits ont faites en ce domaine qui est, vraiment, celui de la sérénité.

L'histoire des mathématiques peut agrandir l'esprit et contribuer à son éducation. C'est l'éducation, la formation de l'esprit par l'étude mathématique qui doit nous guider dans le choix des branches sur lesquelles il faut faire porter l'enseignement de l'adolescence et de la jeunesse.

La géométrie pour la solution des problèmes et la démonstration des théorèmes, fait appel à l'imagination qu'elle peut élever très haut, mais sur un plan limité par les bornes de la raison. Elle fournit le moyen de former des tests qui permettront d'apprécier la capacité de développement intellectuel, vers l'âge de douze à quatorze ans. Les résultats négatifs seront assez incertains, car l'intelligence mathématique se développe parfois d'une manière tardive; mais les résultats positifs pourront être considérés comme acquis. Les études de géométrie pure seront à poursuivre régulièrement, mais à dose modérée, pendant tout le cours de l'enseignement et devront être développées chez quelques sujets particulièrement doués, dans les Facultés de Sciences.

La science mathématique s'épanouit pleinement dans l'analyse, dans l'étude des fonctions, dans celle des nombres concrets ou représentés par des symboles. Un professeur de mathématiques spéciales, à l'esprit original et distingué, Charles Brisse, avait été appelé à donner son avis sur un projet de réforme des programmes élaboré par un de ses collègues, pauvre homme qui avait jugé à propos de remplacer la théorie des équations par celle des rayons de courbure? Brisse s'était borné, nous dit-il, à mettre en marge un point d'exclamation, précédé d'un simple mot, celui par lequel on désigne l'animal appelé, dans le style élégant, pourceau. Et il nous en faisait le commentaire en développant avec amour la démonstration des théorèmes de Stourm ou de Rolle. « Voyez-vous, mes amis, c'est cela qui vous apprendra, dans l'existence, à vous défendre contre les pièges d'un beau parleur qui jouera sur les équivoques pour vous persuader des choses qui n'ont aucun sens, sauf celui de servir ses petites combinaisons. » Peut-être était-ce trop d'optimisme, mais il semble bien que les raisonnements d'algèbre supérieure et d'analyse apprennent à conduire l'esprit, pourvu qu'on n'oublie aucune des données lorsqu'on veut passer aux applications.

L'une des branches les plus utiles de cet enseignement est appelée calcul des probabilités et nous voudrions que nul diplôme de baccalauréat « mathématiques » ne fût accordé sans une épreuve portant sur ce calcul et qu'on y employât beaucoup plus de temps dans les Facultés et dans l'enseignement supérieur.

Rabelais disait en mourant qu'il allait chercher un grand peut-être, et Pascal, homme de foi, proclamait qu'il faut croire parce qu'il y a le fini à hasarder et l'infini à gagner. Ainsi, le calcul des probabilités intervient pour ce qui peut importer le plus à l'homme, pour ce qui est au delà des frontières de la vie. Mais à l'intérieur de ces frontières, combien d'applications peut-on en faire et de quel poids? Sans doute, il y aura toujours des hommes pour dire qu'ils voient et qu'ils approuvent le meilleur et qu'ils suivent le pire. Mais, certainement, la société comptera moins de joueurs si beaucoup de gens savent bien qu'ils sont à peu près assurés de perdre leur fortune quand ils l'exposent à la roulette, sans se fixer de bornes; certainement, il y aura moins de grincheux si l'on connaît mieux le nombre des chances que l'on court de voir partir sous ses yeux une rame de chemin de fer, moins de malades si l'on comprend bien la probabilité d'être préservé par un vaccin. On pourra tirer au clair le problème des sourciers. On appréciera plus exactement le danger des différents moyens de transport. On s'élèvera au-dessus des rages impuissantes qui nous dressent contre l'inévitable.

Il y aura lieu de développer aussi l'enseignement de la statistique, qu'on la considère, ou non, comme se rattachant aux mathématiques, et, dans tous les cas, de l'appuyer sur le calcul des probabilités. Jamais on ne devrait accepter une indication donnée par les statistiques, sans avoir apprécié la probabilité pour qu'elles soient exactes, et les chances pour qu'elles s'écartent, dans telle ou telle proportion, du chiffre juste.

Le calcul des probabilités intervient, d'autre part, dans les explications des découvertes nouvelles de la physique et, si les hommes qui sont appelés à poursuivre ces découvertes devront naturellement rester en très petit nombre, il importe que beaucoup d'autres puissent comprendre et apprécier leurs travaux.

D'ailleurs, le mode de raisonnement nécessaire au calcul des probabilités est peut-être celui où la mathématique montre le mieux la formation logique qu'elle est capable de donner aux esprits.

Comme la durée de chaque année ne peut être augmentée, il sera utile d'augmenter le nombre des années consacrées aux études, mais, s'il faut retrancher certaines matières des programmes d'enseignement, on proposera de réduire la part faite à la géométrie analytique qui n'est qu'une science hybride, si l'on peut dire, et qui ne développe pas l'imagination autant que la géométrie pure, ni la logique autant que l'analyse. Je verrais avec plus de peine réduire la part de la cosmographie ou de la mécanique dans l'enseignement secondaire, mais il vaut mieux sacrifier des connaissances utiles qu'on a l'habitude de recevoir que renoncer à des connaissances nécessaires que l'on n'a pas répandues jusqu'ici, et l'on croit devoir insister sur quelques données capitales :

Histoire des mathématiques dans l'enseignement supérieur.

Probabilité dans l'enseignement secondaire.

Calcul mental et règle à calcul dans toutes les classes.

M. Amy. — Les mathématiques peuvent être considérées à un double point de vue : en elles-mêmes ou comme un instrument pour interpréter les lois expérimentales. L'enseignement secondaire des mathématiques doit refléter ces deux aspects : il doit former les esprits à un mode de raisonnement rigoureux et donner aux élèves les moyens d'aborder avec fruits l'étude des autres sciences. D'autre part, il est nécessaire de ne pas oublier que peu d'enfants sont capables de saisir d'emblée les raisonnements subtils et encore moins d'en saisir la portée. C'est pourquoi j'estime que parmi les réformes à apporter à l'enseignement des mathématiques, il me paraît particulièrement souhaitable : 1° de faire précéder les raisonnements théoriques par des méthodes expérimentales; 2° dans le choix des théorèmes à enseigner aux enfants de ne retenir que ceux d'un intérêt vraiment général et de montrer le lien qui existe entre les différentes parties du programme (je pense ici plus spécialement au cours disparate de géométrie de mathématiques élémentaires); 3° enfin, je pense que beaucoup de connaissances pourraient être utilement apprises sous forme de problèmes et que l'on devrait faire un programme de problèmes, très simple pour laisser aux professeurs l'initiative indispensable, mais qui permettrait d'initier les enfants à certaines questions non abordées dans le cours proprement dit.

M. Rosenfeld. — Les suggestions de M. le professeur Fréchet me paraissent extrêmement intéressantes, mais je me demande jusqu'à quel point les élèves des lycées ont la maturité suffisante pour assimiler des notions aussi nuancées que les probabilités; je pose donc la question : à partir de quelle classe l'étude du calcul des probabilités et de la statistique est-elle proposée?

D'autre part, je retiens des observations de M. Allais que l'enseignement des mathématiques tel qu'il est pratiqué aujourd'hui, rebute les jeunes élèves plus qu'il ne les attire. Je partage entièrement son sentiment, mais je ne suis pas d'accord avec lui quant à la cause de ce fait; pour moi, les programmes actuels de l'enseignement secondaire ne sont pas si défectueux. Ce qui laisse plutôt à désirer et qui est à l'origine de l'insuccès manifeste de l'enseignement des mathématiques et des sciences, c'est l'insuffisance des qualités pédagogiques d'un grand nombre de professeurs et cela est dû à la façon dont ils sont formés. On exige des professeurs de sciences et de mathématiques de très solides connaissances scientifiques; les Facultés et l'École normale forment des professeurs ayant « une tête bien faite et une tête bien pleine », mais on fait peu ou rien pour leur apprendre à enseigner.

Certes, l'agrégation comporte une épreuve d'enseignement, mais elle a très peu d'importance; l'École normale supérieure prépare les candidats à cette épreuve, mais, généralement, ils n'y accordent pas beaucoup d'intérêt; d'ailleurs, le personnel enseignant comprend une très forte proportion de professeurs n'ayant que leur licence d'enseignement ou un doctorat et l'obtention de ces grades n'exige *aucune qualité pédagogique.* Je crois que c'est vers le développement de ces qualités chez les professeurs que devraient s'orienter les efforts destinés à améliorer l'enseignement scientifique.

Certains prétendent que les qualités pédagogiques ne s'acquièrent pas, elles seraient innées. Si cela était prouvé, il faudrait absolument mettre au point des tests permettant de sélectionner les candidats à l'enseignement. Ces tests pourraient être appliqués au moment où les étudiants s'engagent dans les études supérieures : seuls, ceux qui manifestent des aptitudes pour les carrières de l'enseignement devraient être autorisés à poursuivre dans cette voie; les autres, même s'ils sont doués de brillantes qualités intellectuelles, devraient être orientés vers d'autres activités, par exemple vers la recherche scientifique.

M. Fréchet expose les conclusions qui lui paraissent résulter de la discussion précédente, en complétant celles-ci par celles de ses propres réflexions qui lui paraissent compatibles avec les vues rencontrées dans la majorité des réponses.

CONCLUSIONS

Il serait souhaitable de maintenir les programmes de l'enseignement moyen en harmonie avec les progrès de la science, d'une part, les besoins de la situation économique et sociale, d'autre part. A cet effet, les professeurs de l'enseignement supérieur et les sociologues doivent jouer un rôle dynamique pour proposer des additions ou modifications, les professeurs de l'enseignement moyen intervenant comme élément modérateur (et non stabilisateur) pour n'introduire que ce qui peut être mis à la portée des enfants. Les associations de parents d'élèves peuvent agir à la fois dans les deux sens : pour faire introduire les nouvelles connaissances qui deviennent indispensables aux jeunes gens entrant dans la vie moderne et, en contre-partie, pour faire alléger les programmes.

Parmi ces chapitres nouveaux qu'il y aurait lieu d'introduire, figurent la statistique mathématique et le calcul des probabilités ou, plus exactement, des éléments de ces sciences.

Le détail des programmes de mathématiques devrait être dominé par la nécessité de mettre ceux-ci à la portée des enfants qu'ils concernent. En particulier, dans les classes de ce qu'on appelait le Premier Cycle, l'enseignement des mathématiques devrait être concret et expérimental. Il est difficile pour un enfant de comprendre la nécessité de démontrer que deux triangles qui ont leurs trois côtés égaux sont égaux. Cette proposition lui paraissant évidente, il vaut mieux, au début, l'admettre purement et simplement. Au contraire, l'élève n'aura aucune hésitation à admettre que le théorème de Pythagore a besoin d'être prouvé; mais, au début encore, il se contentera très bien d'une vérification expérimentale. C'est pour une raison analogue que nous avons proposé de faire précéder le calcul des probabilités par la statistique mathématique. Dans cette dernière, les propositions, ou bien se prêtent à une démonstration arithmétique élémentaire comme c'est le cas pour les théorèmes des *fréquences* totales ou composées (1), ou bien se vérifient sur une série d'observations comme c'est le cas pour la loi normale quand on représente celle-ci sous la forme approchée $P = \frac{1}{10^{k\,(k-1)}}$ (où P est la probabilité d'une erreur k fois plus grande que l'erreur dite « décimale »). Si la plupart des membres de la Société préfèrent avec nous faire précéder le calcul des probabilités par ces exemples et ces vérifications statistiques, notons cependant que MM. Allais, Baticle et Émile Borel sont d'accord entre eux pour commencer plutôt par l'application du calcul des probabilités aux jeux de hasard.

Mais il faut d'abord élaguer le programme actuel. M. Risser suggère de reporter l'involution et l'homographie en mathématiques spéciales ou en mathématiques générales. M. Allais, plus révolutionnaire, propose de reporter même l'arithmétique et la géométrie dans les classes supérieures. Nous retiendrons comme mesure intermédiaire de retarder jusqu'à ces classes l'emploi d'une logique rigoureuse dans ces deux sciences. Mais il resterait utile, d'accord avec la proposition de M. Corréard, de développer la pratique du calcul mental dans le premier cycle et d'introduire l'usage de la règle à calcul dans l'enseignement secondaire. Il serait utile également d'habituer les élèves à la considération des figures géométriques simples et à la vérification expérimentale des théorèmes de la géométrie. Quelques-uns croient qu'on donne ainsi de

(1) Ces théorèmes peuvent être rigoureusement et aisément demontrés et servent précisément à justifier l'introduction, à titre d'axiomes, des principes des ***probabilités*** totales ou composées.

mauvaises habitudes aux élèves qui ne sauront ensuite distinguer entre ce qu'il faut vérifier et ce qu'il faut démontrer. Il y a, au contraire, un grand intérêt à faire comprendre aux élèves : d'une part, que les vérifications géométriques sont plus sûres que l'application des théorèmes géométriques à un monde réel, dont la géométrie euclidienne n'est qu'une image simplifiée mais seulement approchée; d'autre part, que ces mêmes théorèmes ont le grand avantage de s'appliquer (approximativement) à une infinité de cas divers dont on ne peut réaliser toutes les vérifications, qu'ils procurent ainsi une immense économie de temps et d'effort.

En ce qui concerne la surcharge des élèves, je crois qu'on devrait tenir un plus grand compte de l'hétérogénéité inévitable des classes. Trop de professeurs donnent des problèmes trop difficiles pour la queue de la classe ou même la moyenne. Qu'arrive-t-il : le problème n'est pas fait ou est fait par les parents ou un camarade. On devrait faire plus grand usage des questions facultatives données en vue des meilleurs élèves et ne donner comme questions obligatoires que des exercices numériques ou des applications immédiates du cours posées surtout en vue de vérifier si le cours a été étudié et compris.

Dans le même ordre d'idées, M. Rosenfeld se plaint du manque d'attention porté par les professeurs de mathématiques au côté pédagogique de leur enseignement, dont il reconnaît au reste la valeur scientifique. J'ai, autrefois, attiré, comme lui, l'attention sur ce fait singulier que c'était seulement aux professeurs des classes élevées qu'on donnait une préparation pédagogique, celle de l'agrégation. Toutefois, j'ai eu la satisfaction de voir adopter la solution que je préconisais et que je signale à M. Rosenfeld (qui n'a pu l'observer pendant ses classes) : c'est la création d'un certificat d'aptitude à l'enseignement secondaire, exigé pour devenir professeur licencié.

M. Roy pense que si le progrès des sciences incite à introduire dans l'enseignement de nouveaux chapitres, il permet aussi en contre-partie de réduire les anciens par la simplification qu'il y apporte. M. Amy recommande, pour le même but, un autre procédé qui n'est pas courant, mais qui a déjà été employé avec succès (1) et qui mériterait d'être généralisé. C'est de donner une idée suffisante de certains progrès modernes sous forme de problèmes. Dans ceux-ci, l'énoncé même du problème donne l'occasion d'introduire quelques notions nouvelles et on peut, en donnant des indications sur sa solution, y faire apercevoir une méthode générale applicable à bien d'autres exemples. On peut ainsi aller très loin sans allonger beaucoup.

Peut-être pourrait-on, sous cette forme réduite, réaliser partiellement la proposition faite par M. Allais de traiter en mathématiques élémentaires et en mathématiques spéciales, le programme de mathématiques de l'École polytechnique et encore, en outre, certaines questions supplémentaires comme les équations intégrales, les équations aux différences finies, etc... Je pense, en effet, qu'il n'y a, présentement, pas la moindre chance que cette proposition soit adoptée ou même considérée sous sa forme primitive. Il faudrait d'abord pour y arriver que M. Allais s'étende beaucoup plus longuement sur les réponses

---

(1) Entre autres bons exemples de cette méthode, je citerai deux excellents ouvrages en anglais : *Advanced calculus*, par E. B. Wilson, *Calculus of Probability*, par Uspensky.

à donner aux objections qu'une réforme aussi considérable ne manquerait pas de susciter.

Au cours de ma carrière, j'ai entendu maintes voix réclamer sans succès l'introduction de l'histoire des sciences dans l'enseignement. On leur a surtout objecté la surcharge des programmes. En fait, je craindrais que cette introduction se traduisit surtout par une histoire des *savants*, ce qui est différent, combinée avec une énumération des divers progrès scientifiques et un exposé de l'*ordre* dans lequel ils se sont présentés successivement. Or, cet ordre historique n'est ni un ordre logique, ni un ordre nécessaire. Ce qui me paraîtrait beaucoup plus utile, c'est que, sans traiter cette histoire comme une matière à part, le professeur, qu'il soit de l'enseignement secondaire ou supérieur, soit invité à montrer, au fur et à mesure de son enseignement, pour quelle raison telle ou telle notion mathématique s'est introduite nécessairement ou avec quelle utilité? Un exemple que j'ai cité bien souvent et que je répéterai ici parce qu'il est caractéristique, est celui de la notion de *moment*. Si, comme les élèves sont tentés — et laissés libres — de croire, les mathématiques avaient été inventées pour poser des problèmes difficiles, pour faire plaisir aux mathématiciens et... embêter les candidats, on aurait pu aussi bien appeler moment d'un vecteur par rapport à un point, un segment égal à la somme du cube du vecteur et du carré de sa distance au point, incliné à 35° sur leur plan, etc... Rien ne s'y oppose logiquement, et on aurait eu le droit d'en étudier les propriétés. Mais c'eût été un vain amusement. Au contraire, la notion de moment (et celle de somme géométrique) sont le merveilleux résultat d'un long effort de plusieurs siècles pour tâcher d'exprimer sous une forme simple l'équivalence des effets de deux systèmes de forces, aussi compliqués qu'ils soient, sur un corps solide. Il s'est trouvé, en outre, que cette notion de moment s'est avérée utile dans bien d'autres cas, ce qui est une raison de plus de s'y attacher.

La majorité des notions introduites en mathématiques *ne proviennent pas* du développement autonome de cette science, mais ont été suscitées comme dans le cas des « moments » par les problèmes posés par la technique ou les autres sciences. Il existe cependant quelques notions qui ont été introduites par les mathématiciens pour harmoniser, généraliser les notions déjà acquises, pour simplifier certaines démonstrations. Tel est le cas des nombres irrationnels, des nombres complexes, tel est le cas de certaines transformations non inspirées par la nature, comme l'inversion, comme la méthode des polaires réciproques.

Pour terminer, je signalerai aux membres de notre Société, que des réunions destinées à la discussion des programmes de mathématiques ont été organisées en décembre dernier par la Société Mathématique de France et l'Association des Professeurs de Mathématiques. Les comptes rendus de ces discussions paraîtront probablement dans les Bulletins de ces deux Sociétés.