
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURÉS ET APPLIQUÉES.

L. C. BOUVIER

**Algèbre élémentaire. Démonstration abrégée du binome de
Newton, pour le cas de l'exposant entier et positif**

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 14 (1823-1824), p. 205-206

<http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1823-1824__14__205_1>

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1823-1824, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>*

ALGÈBRE ÉLÉMENTAIRE.

Démonstration abrégée du BINOME DE NEWTON, pour le cas de l'exposant entier et positif ;

Par M. L. C. BOUVIER, ex-officier de génie, ancien élève de l'école polytechnique.

~~~~~  
SOIT, pour abréger,

$$\frac{m}{1} \cdot \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m-2}{3} \cdots \frac{m-\mu+2}{\mu-1} = f(m, \mu) ;$$

il s'agit de prouver que le terme général du développement de  $(x+a)^m$  est  $f(m, \mu)a^{\mu-1}x^{m-\mu+1}$ , ou, ce qui revient au même, que

$$(x+a)^m = \Sigma \{ f(m, \mu) a^{\mu-1} x^{m-\mu+1} \} ; \quad (1)$$

en développant le second membre depuis  $\mu=1$  jusqu'à  $\mu=\infty$ .

Cette assertion se vérifiant facilement pour les quelques premières valeurs de  $m$ , tout se réduit à prouver que l'équation (1) aura lieu si l'on a

$$(x+a)^{m-1} = \Sigma \{ f(m-1, \mu) a^{\mu-1} x^{m-\mu} \} ; \quad (2)$$

or, on tire de là, en multipliant de part et d'autre par  $x+a$ ,

*Tom. XIV.*

$$(x+a)^m = (x+a) \sum \{ f(m-1, \mu) a^{\mu-1} x^{m-\mu} \}; \quad (3)$$

d'où il suit, en comparant (3) à (1) que tout se réduit à prouver que

$$(x+a) \sum \{ f(m-1, \mu) a^{\mu-1} x^{m-\mu} \} = \sum \{ f(m, \mu) a^{\mu-1} x^{m-\mu+1} \}. \quad (4)$$

Or, en faisant, tour à tour, la multiplication par  $x$  et par  $a$ , et prenant les termes généraux correspondans des deux produits, on trouve

$$x \sum \{ f(m-1, \mu) a^{\mu-1} x^{m-\mu} \} = \sum \{ f(m-1, \mu) a^{\mu-1} x^{m-\mu+1} \},$$

$$a \sum \{ f(m-1, \mu) a^{\mu-1} x^{m-\mu} \} = \sum \{ f(m-1, \mu-1) a^{\mu-1} x^{m-\mu+1} \};$$

donc, en ajoutant

$$(x+a) \sum \{ f(m-1, \mu) a^{\mu-1} x^{m-\mu} \} = \sum \{ [f(m-1, \mu) + f(m-1, \mu-1)] a^{\mu-1} x^{m-\mu+1} \} \quad (5)$$

or, il est très-facile de s'assurer que

$$f(m-1, \mu) + f(m-1, \mu-1) = f(m, \mu);$$

donc l'équation (4), et par suite l'équation (1) se trouve pleinement justifiée (\*).

(\*) On a déjà donné dans ce recueil ( tom. II , pag. 207 ) une démonstration de la formule du binome, indépendante, comme celle-ci, de la théorie des combinaisons.

J. D. G.