

---

---

# ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURÉS ET APPLIQUÉES.

---

---

J. F. FRANÇAIS

**Dynamique. Théorèmes nouveaux sur la rotation des corps solides**

*Annales de Mathématiques pures et appliquées*, tome 3 (1812-1813), p. 209-212

<[http://www.numdam.org/item?id=AMPA\\_1812-1813\\_\\_3\\_\\_209\\_1](http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1812-1813__3__209_1)>

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1812-1813, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>*

---

## DYNAMIQUE.

*Théorèmes nouveaux sur la rotation des corps solides ;*  
Par M. J. F. FRANÇAIS , professeur à l'école impériale  
de l'artillerie et du génie ,



Au Rédacteur des *Annales* ;

MONSIEUR ,

JE me suis occupé , depuis quelque temps , d'un travail que je  
comptais faire paraître dans vos *Annales* , sur le mouvement de  
*Tom. III*

## ROTATION

rotation d'un corps solide ; mais le mémoire est devenu trop volumineux pour que je puisse , cette fois , sans indiscretion , profiter de l'offre obligeante que vous m'avez faite d'y insérer mes petites productions. Je me vois donc obligé de le faire imprimer séparément ; mais , pour mettre , à l'avance , les géomètres en possession des principaux résultats que j'ai obtenus , je vais les transcrire ici , en vous priant de vouloir bien insérer cette lettre dans votre intéressant recueil.

I. Dans le mouvement de rotation d'un corps solide , qui n'est sollicité que par des forces constantes , l'axe instantané décrit toujours soit un cône elliptique autour de l'un des axes principaux , *maximum* ou *minimum* (\*), soit un plan passant par l'axe principal moyen. (\*\*)

II. Tandis que l'axe instantané de rotation décrit un cône elliptique autour de l'un des axes principaux , *maximum* ou *minimum* , cet axe principal lui-même décrit un autre cône elliptique autour de l'axe du couple d'impulsion primitive (\*\*\*) ; ou bien , tandis que l'axe instantané décrit un plan passant par l'axe principal moyen , cet axe décrit lui-même un plan passant par l'axe du couple d'impulsion primitive.

III. Le mouvement de l'axe instantané , autour de l'axe du couple d'impulsion primitive , est donc composé de deux oscillations elliptico-coniques simultanées. Ces deux oscillations se composent en une seule , dont la nature dépend du rapport qui existe entre les axes des sections faites dans les deux cônes elliptiques , et de la durée de chacune de ces deux oscillations entières. Si ces deux oscillations sont synchrônes , l'oscillation résultante le sera aussi , et rentrera en

(\*) Je nomme , pour abréger , axe principal *maximum* ou *minimum* , celui par rapport auquel le moment d'inertie est un *maximum* ou un *minimum*.

(\*\*) Cette proposition est due à M. Dubuat , professeur à l'école impériale de l'artillerie et du génie.

(\*\*\*) J'emploie ici le mot *couple* dans le sens qu'y a attaché M. Poinsot , pour simplifier les expressions.

elle-même , à la fin de chaque oscillation entière. Si les durées des deux oscillations elliptiques ne sont pas égales , mais sont entre elles dans un rapport commensurable , l'oscillation résultante rentrera en elle-même au bout d'un nombre d'oscillation déterminé par ce rapport. Enfin , si les durées des deux oscillations elliptiques sont entre elles dans un rapport incommensurable , l'axe instantané oscillera autour de l'axe du couple d'impulsion primitive , en décrivant un cône qui ne se fermera jamais.

IV. Si , pour chaque position de l'axe instantané , on prend , sur sa direction , une longueur proportionnelle à la vitesse de rotation , pour représenter cette vitesse , à chaque instant ; l'extrémité de l'axe instantané , ainsi déterminée , décrira toujours une courbe plane , située dans un plan parallèle à celui du couple d'impulsion primitive , quelle que soit l'oscillation de cet axe.

V. Lorsque le corps commence à tourner autour d'un axe principal , *maximum* ou *minimum* , cet axe coïncide avec l'axe du couple d'impulsion primitive , et le corps continue toujours à tourner autour de cet axe ; ce qui n'a pas nécessairement lieu pour l'axe principal moyen. Cet axe principal ne jouit donc pas , comme les deux autres , de la propriété d'être nécessairement un axe permanent de rotation.

VI. Je démontre ( contrairement à une proposition de MM. Laplace et Poisson ) que , bien qu'un corps ait commencé à tourner autour d'un axe très-voisin d'un axe principal , *maximum* ou *minimum* , il peut , dans la suite du mouvement , s'en écarter d'aussi près qu'on voudra d'un angle droit.

VII. Je fais voir que les solutions , données par d'Alembert et par M. Poisson , du problème de la rotation d'un corps , sont incomplètes , et ne résolvent que le cas d'un mouvement uniforme autour d'un axe principal.

VIII. Je détermine toutes les constantes du problème , d'après les circonstances initiales du mouvement , et je donne les valeurs définitives des coordonnées d'un point quelconque , après le temps  $t$  , en coordonnées initiales et en fonctions du temps ; de sorte que ,

dans chaque cas particulier , il ne reste que des substitutions et deux intégrations à effectuer.

Quant au cas de deux momens d'inertie égaux , je le résous complètement , et en quantités finies. J'assigne de plus , pour ce cas , la condition nécessaire pour que le corps revienne à la même position , et l'époque à laquelle il y reviendra.

IX. Enfin , je discute les *maxima* et *minima* dont cette question est susceptible , et il résulte de cette discussion ,

1.<sup>o</sup> Que , quelles que soient les circonstances initiales du mouvement , la vitesse angulaire totale a toujours une valeur *maximum* et une valeur *minimum* , et que ces *maxima* et *minima* ont toujours lieu , quand l'axe instantané passe par le plan des axes principaux.

2.<sup>o</sup> Que le *maximum* a lieu , quand l'axe instantané passe par le plan des axes principaux , *maximum* et *minimum* , et qu'alors les vitesses angulaires partielles , autour de ces deux axes , sont aussi des *maxima* , tandis que celle autour de l'axe principal moyen est nulle.

3.<sup>o</sup> Que le *minimum* a lieu , quand l'axe instantané passe par le plan de l'axe principal moyen et de celui autour duquel l'axe instantané oscille , et qu'alors la vitesse angulaire partielle autour de l'axe principal moyen est à son *maximum* , et celles autour des deux autres axes principaux à leur *minimum* ; l'une d'elles étant nulle , savoir , celle autour de l'axe principal qui n'est pas l'axe du cône décrit par l'axe instantané.

4.<sup>o</sup> Que , dans le cas particulier où l'axe instantané se meut dans un plan passant par l'axe principal moyen , le *minimum* a lieu , quand l'axe instantané coïncide avec cet axe principal , et qu'alors la vitesse angulaire partielle autour du même axe principal est à son *maximum* , tandis que celles autour des deux autres axes principaux sont nulles.

Tels sont les principaux résultats que présente mon travail ; je pense qu'ils pourront exciter l'attention des géomètres , tant par leur intérêt propre que par leur nouveauté.

Agréez , etc.

Metz , le 18 de novembre 1812.