
ANNALES DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES.

D. ENCONTRE

Deuxième solution

Annales de Mathématiques pures et appliquées, tome 2 (1811-1812), p. 300-302

http://www.numdam.org/item?id=AMPA_1811-1812__2__300_1

© Annales de Mathématiques pures et appliquées, 1811-1812, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de Mathématiques pures et appliquées » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Deuxième solution ;

Par M. D. ENCONTRE , professeur , doyen de la faculté des sciences de l'académie de Montpellier ;

I. Soit ABC (fig. 7) le triangle qu'il s'agit de projeter , ses projections sur tous les plans parallèles à celui sur lequel on le projettera seront toutes égales. Nous pouvons donc supposer que le plan de projection passe par tel point qu'il nous plaira de choisir ; et nous choisirons le point A.

II. Soit menée AE parallèle à BC, les angles CAE et ACB seront égaux et les projections de BC et AE seront parallèles. Si donc nous parvenons à projeter AB, AC, AE, de manière que leurs projections forment des angles donnés, les projections de AB, AC, BC formeront aussi des angles donnés; d'où il suit que la question se réduit à trouver un plan sur lequel projetant orthogonalement deux angles adjacens donnés, compris dans un même plan, leurs projections soient des angles donnés. (*)

III. Soient BAC, CAD (fig. 8) les deux angles adjacens proposés; prenons, à volonté, la longueur AB, et par B concevons, dans le plan BAD, une droite BCD, parallèle à la commune section AE des deux plans; la direction de cette droite n'est pas connue.

Soient menées AF, perpendiculaire sur BD; puis Bb, Ff, Cc, Dd perpendiculaires sur le plan de projection; ces perpendiculaires seront égales, et auront leurs pieds sur une même droite bd parallèle à BD.

Joignons Ab, Af, Ac, Ad, les angles AbB, AfF, AcC, AdD seront droits, Af sera perpendiculaire à bd qui est parallèle à BD; ainsi les droites FA et fA étant toutes deux perpendiculaires au même point A de la commune section AE des deux plans, l'angle linéaire FAf qu'elles formeront mesurera l'angle formé par ces deux plans.

IV. Faisons l'arbitraire $AB=r$; faisons en outre $\text{Sin.}BAC=\alpha$; $\text{Sin.}BAD=\beta$, $\text{Sin.}bAc=\gamma$, $\text{Sin.}bAd=\delta$.

Toutes ces quantités sont connues.

Faisons encore $Bb=Ff=Cc=Dd=x$, et $\text{Sin.}ABD=y$.
Ces quantités sont inconnues.

(*) Le problème envisagé de cette manière revient à celui-ci : *Etant données les différences tant des longitudes que des ascensions droites de trois points de l'écliptique, déterminer son inclinaison à l'équateur et le lieu de l'équinoxe ?* Les deux angles à projeter sont les différences entre les trois longitudes; les angles que doivent former leurs projections sont les différences des ascensions droites; enfin l'inclinaison des deux plans est l'obliquité de l'écliptique.

On a

$$\text{Sin. ACB} = \text{Sin. (BAC + CBA)} = \alpha \sqrt{1-y^2} + \gamma \sqrt{1-x^2} = P ,$$

$$\text{Sin. ADB} = \text{Sin. (BAD + DBA)} = \beta \sqrt{1-y^2} + \gamma \sqrt{1-x^2} = Q ;$$

en faisant donc entrer P et Q dans le calcul, nous n'introduirons pas de nouvelles inconnues.

V. d'après cela on a

$$\text{AF} = \frac{\text{Sin. ABF}}{\text{AB}} = \gamma , \quad \text{Sin. FAF} = \frac{\text{Ff}}{\text{AF}} = \frac{x}{\gamma} ,$$

$$\text{Cos. FAF} = \frac{1}{\gamma} \sqrt{y^2 - x^2} , \quad \text{AC} = \frac{\text{AF}}{\text{Sin. ACF}} = \frac{\gamma}{P} ,$$

$$\text{Ac} = \sqrt{\text{AC}^2 - \text{Cc}^2} = \frac{1}{P} \sqrt{y^2 - P^2 x^2} ,$$

$$\text{AD} = \frac{\text{AF}}{\text{Sin. ADF}} = \frac{\gamma}{Q} , \quad \text{Ab} = \sqrt{1-x^2} ,$$

$$\text{Ad} = \sqrt{\text{AD}^2 - \text{Dd}^2} = \frac{1}{Q} \sqrt{y^2 - Q^2 x^2} .$$

VI. Il ne s'agit plus maintenant que de trouver deux équations entre les deux inconnues x et y . Or, on sait que les aires des triangles BAC, BAD multipliées par le cosinus de l'angle FAF doivent donner pour produits les aires des triangles bAc, bAd; on sait d'ailleurs que

$$\text{BAC} = \frac{1}{2} \text{AB} \times \text{AC} \times \text{Sin. BAC} ,$$

$$bAc = \frac{1}{2} \text{Ab} \times \text{Ac} \times \text{Sin. bAc} ,$$

$$\text{BAD} = \frac{1}{2} \text{AB} \times \text{AD} \times \text{Sin. BAD} ,$$

$$bAd = \frac{1}{2} \text{Ab} \times \text{Ad} \times \text{Sin. bAd} ,$$

donc

$$\alpha \sqrt{y^2 - x^2} = \beta \sqrt{1 - x^2} \cdot \sqrt{y^2 - P^2 x^2} ,$$

$$\beta \sqrt{y^2 - x^2} = \delta \sqrt{1 - x^2} \cdot \sqrt{y^2 - Q^2 x^2} .$$

On peut simplifier ces équations; mais l'équation finale à laquelle on parviendra, en éliminant, sera nécessairement très-compiquée.