

ANNALES DE L'I. H. P.

A. TONNELAT

Les récentes expériences sur le décalage vers le rouge en tant que preuve de la Relativité Générale

Annales de l'I. H. P., tome 17, n° 1 (1961), p. 59-89

http://www.numdam.org/item?id=AIHP_1961__17_1_59_0

© Gauthier-Villars, 1961, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'I. H. P. » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Les récentes expériences sur le décalage vers le rouge en tant que preuve de la Relativité Générale

par

M. A. TONNELAT.

Au cours des trente dernières années la Relativité Générale semble avoir inspiré des travaux qui relèvent davantage de la spéculation pure (théories unitaires) que des atteintes expérimentales. On est donc surpris — agréablement surpris — de constater depuis quelques mois dans les périodiques (et singulièrement dans *Physical Review Letters*) une prolifération d'articles consacrés à la vérification des effets de décalage vers le rouge, effets prédits par la Relativité Générale ou tout au moins par le principe d'équivalence (je reviendrai plus tard sur cette distinction).

Les vérifications de la Relativité Générale telles qu'on les décrit dans tous les manuels sont réparties en trois tests classiques :

1. **Relativité Générale et loi de gravitation des masses.** — Le premier de ces tests concerne la loi de gravitation des planètes. Bien entendu, la première approximation des lois du mouvement est commune à la Relativité Générale et à la théorie newtonienne. C'est donc seulement les termes de seconde approximation qui manifesteront la validité spécifique de la Relativité Générale.

L'avance séculaire du périhélie des planètes et singulièrement de la planète Mercure est actuellement considérée comme la vérification la plus précise et la plus décisive (nous verrons pour quelle raison) que l'on connaisse. Il n'existe d'ailleurs aucune autre interprétation concurrente susceptible d'expliquer le désaccord entre les données expérimentales et les valeurs prévues par les tables newtonniennes.

On peut se demander si, dans cet ordre d'idées, c'est-à-dire en ce qui concerne les lois de gravitation des masses, d'autres effets pourraient constituer un test de la Relativité Générale : récemment L. I. Schiff a préconisé l'étude expérimentale du mouvement d'une particule en rotation dans un champ à symétrie sphérique⁽¹⁾. La Relativité Générale prévoit en effet une variation dans la précession séculaire des axes de spin (A. Papapetrou⁽²⁾; E. Corinaldesi⁽³⁾; F. A. E. Pirani⁽⁴⁾) et, d'après L. I. Schiff, il serait difficile mais non impossible de la mettre en évidence ($\Delta\Omega \neq 10^{-9}$ radian par jour) surtout si l'on opère dans un satellite.

Je n'insisterai pas sur la valeur de ces tests dont l'un est trop classique et l'autre trop douteux pour être actuellement l'objet d'une discussion.

2. La courbure des rayons lumineux au voisinage des masses attirantes. — Le second test classique de la Relativité Générale concerne la propagation des rayons lumineux dans un champ de gravitation. Il est d'usage de déduire la prévision de leur déviation de la solution de Schwarzschild dans le cas particulier où l'hypothèse supplémentaire $ds = 0$ permet l'élimination de l'une des constantes d'intégration.

Ce second test peut donner lieu à quelques discussions.

Pham Mau Quan a montré, par exemple, que le principe d'action stationnaire

$$(1) \quad \delta \int ds = 0$$

appliqué à un milieu d'indice n variable tel que

$$(2) \quad d\bar{s}^2 = \left[g_{\mu\nu} - \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) u_\mu u_\nu \right] dx^\mu dx^\nu$$

conduit, pour les géodésiques de longueur nulle, au résultat suivant : les trajectoires dans V_4 de ces géodésiques se projettent dans l'espace V_3 suivant des extrémales qui résulteraient de la simple hypothèse d'une polarisation spécifique du vide dans V_3 ⁽⁵⁾.

Bien entendu, le travail de Pham Mau Quan suppose la Relativité Générale, mais il aboutit à un résultat susceptible d'une réinterprétation

(1) L. I. SCHIFF, *Phys. Rev. Letters*, vol. 4, n° 5, 15 mars 1960.

(2) A. PAPAPETROU, *Proc. Roy. Soc.*, A 209, 1951, p. 248.

(3) E. CORINALDESI et A. PAPAPETROU, *Proc. Roy. Soc.*, A 209, 1951, p. 259.

(4) F. A. E. PIRANI, *Acta Phys. Polonica*, t. 15, 1956, p. 329.

(5) PHAM MAU QUAN, *Arch. rat. Mech. Anal.*, t. 1, 1957, p. 54.

euclidienne valable dans un V_3 anisotrope. Ce résultat justifie *a posteriori* la possibilité d'interpréter directement la déviation des rayons lumineux dans un espace V_3 comme une manifestation de l'anisotropie du vide. Tel avait été le but, par exemple, de la théorie euclidienne de Birkhoff-Moshinsky ⁽⁶⁾, ⁽⁷⁾.

Dans le but de mettre en évidence la possibilité et le mode d'introduction d'une hypothèse euclidienne je dirai quelques mots — fort brefs — de la théorie de Birkhoff-Moshinsky.

La théorie de G. D. Birkhoff suppose que les phénomènes de gravitation sont décrits, dans l'espace euclidien, par un tenseur symétrique à 10 composantes indépendantes $h_{\mu\nu}$.

S'il existe à la fois un champ électromagnétique (caractérisé par le tenseur antisymétrique $\varphi_{\mu\nu}$) et un champ de gravitation, les équations du champ se déduisent d'un principe variationnel portant sur le lagrangien.

$$(3) \quad L = L_e + L_g + W,$$

$$(4) \quad L_e = \frac{1}{4} \varphi_{\mu\nu} \varphi^{\mu\nu} \quad \text{étant relatif à l'électromagnétisme,}$$

$$(5) \quad L_g = \frac{1}{4} \partial^\nu h^{\rho\sigma} \partial_\nu h_{\rho\sigma} \quad \text{au champ de gravitation,}$$

$$(6) \quad W = \frac{1}{4} h^{\mu\nu} \tau_{\mu\nu} \quad \text{traduisant l'interaction mutuelle des deux champs,}$$

$\tau_{\mu\nu}$ étant l'impulsion-énergie du champ électromagnétique représentée par le tenseur de Maxwell

$$(7) \quad \tau_{\mu\nu} = -\varphi_{\mu\rho} \varphi_{\nu}{}^\rho + \frac{1}{4} \eta_{\mu\nu} \varphi_{\rho\sigma} \varphi^{\rho\sigma}.$$

Dans les expressions précédentes les indices sont bien entendu élevés et abaissés à l'aide de la métrique minkowskienne $\eta_{\mu\nu}$.

Les conditions $\delta \int L d\tau = 0$ s'expriment alors par les équations

$$(8) \quad \square h_{\mu\nu} = \chi \tau_{\mu\nu},$$

$$(9) \quad \sum_{\rho} \partial_{\rho}^2 \varphi_{\mu\nu} - 2 h_{\mu\rho} \varphi_{\nu\rho} - 2 h_{\nu\rho} \varphi_{\mu\rho} - \varphi_{\mu\nu} h_{\rho\rho} = 0, \quad \varphi_{\mu\nu} = (\vec{E}, \vec{B})$$

pour la gravitation et pour l'électromagnétisme.

⁽⁶⁾ G. D. BIRKHOFF, *Proc. Nat. Acad. Sc.*, t. 29, 1943, p. 231.

⁽⁷⁾ M. MOSHINSKY, *Phys. Rev.*, t. 40, 1950, p. 514.

Or, dans le cas où le champ de gravitation est créé par une distribution à symétrie sphérique, les équations (8) ont pour solution

$$(10) \quad h_{\mu\nu} = - \frac{mG}{c^2 r} \delta_{\mu\nu}.$$

En substituant dans (9) on obtient les équations

$$(11) \quad \begin{aligned} \vec{\text{rot}} \vec{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, & \vec{\text{rot}} \vec{E} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \\ \text{div} \vec{D} &= 0, & \text{div} \vec{B} &= 0, \end{aligned}$$

en posant

$$(12) \quad \vec{D} = (1 + 2f) \vec{E}, \quad \vec{H} = (1 - 2f) \vec{B}, \quad f = \frac{mG}{c^2 r}.$$

Les équations (11) sont les équations de Maxwell en l'absence de charge et de courant, mais dans un milieu non homogène. On est donc conduit à identifier $\varepsilon = 1 + \frac{2Gm}{c^2 r}$ à un pouvoir diélectrique du vide et $\mu = \frac{1}{1 - \frac{2Gm}{c^2 r}}$ à une perméabilité magnétique

Tout se passe donc comme si le champ de gravitation avait pour effet de doter le vide d'un indice de réfraction

$$(13) \quad n = \sqrt{\varepsilon\mu} = \left(\frac{1 + 2 \frac{Gm}{r}}{1 - 2 \frac{Gm}{r}} \right)^{\frac{1}{2}} \neq 0.$$

Le vide se comporte ainsi comme un milieu non homogène susceptible de dévier les rayons lumineux.

En appliquant alors le principe de Fermat au vide considéré comme un milieu polarisé d'indice n ,

$$(14) \quad \delta \int n \, dl = 0$$

on obtient, en choisissant un système de coordonnées polaires r, θ, φ ,

$$(15) \quad \delta \int L \, dr = 0, \quad \text{avec} \quad L = n(r) \sqrt{1 + r^2 \theta'^2}, \quad \theta' = \frac{d\theta}{dr}.$$

L'équation d'Euler entraîne d'après les valeurs (13) de $n(r)$,

$$(16) \quad u = \frac{1}{R} \left[\frac{2m}{R} + \sin \left(\theta - \frac{2m}{b} \right) \right], \quad \text{avec} \quad b = R \sin \theta,$$

R étant la distance minima qui sépare le centre attractif des rayons lumineux.

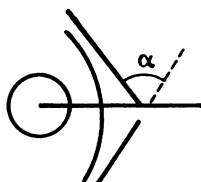


Fig. 1.

L'angle que forment les deux asymptotes de cette hyperbole a la valeur prévue par la Relativité Générale,

$$(17) \quad \alpha = \frac{4GM}{c^2 R}.$$

Je reviendrai ultérieurement sur la possibilité et sur la valeur d'une telle interprétation euclidienne.

3. Le décalage vers le rouge des raies spectrales dans un champ de gravitation. — Définition des fréquences. — Le principe du décalage vers le rouge est fort simple dans son énoncé qui peut se résumer ainsi :

La fréquence de tout phénomène périodique qui s'effectue dans un champ de gravitation subit un ralentissement. On observe donc une diminution de cette fréquence c'est-à-dire un décalage vers le rouge (red-shift).

L'explication de ce phénomène est très obscure si l'on en juge par les interprétations d'allures très diverses proposées à ce sujet.

Nous allons commencer par les bases de la théorie : Qu'appelle-t-on fréquence d'une source ?

Considérons une source S_i qui émet des pulsations, un observateur S_i lié à cette source et un autre observateur S_j quelconque. Désignons par $(\nu_i)_j$ la fréquence des vibrations de S_i mesurée par S_j .

La fréquence de la source S_i pour un observateur S_j quelconque sera égale au quotient du nombre de pulsations dN_a enregistrées par cet observateur pendant le temps $(dt_i)_j$, $(dt_i)_j$ étant l'échelle de temps adoptée par S_j quand il observe les événements de S_i . On aura donc

$$(18) \quad (\nu_i)_j = \frac{dN_a}{(dt_i)_j}$$

La fréquence est donc toujours une grandeur à deux indices fonction des positions relatives de l'observateur et de la source.

La fréquence *propre relative* est la fréquence de la source mesurée par un observateur lié à cette source. Ce sera

$$(19) \quad (\nu_i)_i = \frac{dN_e}{(dt_i)_i},$$

dN_e étant le nombre de pulsations émis par la source pendant le temps $(dt_i)_i$.

Enfin, j'appellerai *fréquence propre absolue* le nombre de pulsations émises par une source par unité de temps propre

$$(20) \quad \nu_{00} = \frac{dN_0}{d\tau}.$$

$(dt_i)_j$, $(dt_i)_i$ représentent les intervalles de temps correspondant à $d\tau$ dans l'échelle de temps des observateurs S_j et S_i . Bien entendu, dN_0 étant fixé, le nombre des pulsations enregistrées pendant le temps correspondant à $d\tau$ par chaque observateur ne dépend pas de l'échelle de temps de chaque observateur, mais elle dépend — au premier ordre — de la vitesse source-observateur. On aura donc :

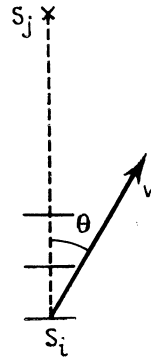


Fig. 2.

Au point S_i où est située la source,

$$dN_e = dN_0;$$

mais au point $S_j \neq S_i$,

$$dN_a \neq dN_0.$$

Par exemple, s'il s'agit d'une propagation d'ondes planes dans l'espace euclidien,

$$(21) \quad dN_a = \frac{dN_0}{1 - \beta \cos \theta}.$$

D'une façon générale, la fréquence propre relative, c'est-à-dire la fréquence mesurée par un observateur lié à la source est donc

$$(22) \quad (\nu_i)_i = \frac{dN_0}{(dt_i)_i} = \sqrt{(g_{00})_i} \frac{dN_0}{d\tau} = \nu_{00} \sqrt{(g_{00})_i},$$

car

$$(23) \quad ds^2 = c^2 d\tau^2 = (g_{00})_i c^2 (dt_i)_i^2, \quad (dt_i)_i = \frac{d\tau}{\sqrt{(g_{00})_i}}$$

pour un observateur du système propre.

Aussi dans un système galiléen :

$$(24) \quad (g_{00})_i = 1 \rightarrow (\nu_i)_i = \nu_{00}.$$

La fréquence mesurée par un observateur du système propre est alors égale à la fréquence propre absolue. Ce serait par exemple la fréquence mesurée à bord d'un satellite idéal.

4. Comparaison des fréquences. — Nous dirons que deux sources sont identiques quand elles ont même fréquence propre absolue. Examinées dans les mêmes conditions (en un même lieu), elles ont donc même fréquence propre relative. Mais pratiquement, les comparaisons de décalage s'effectuent toujours entre les fréquences :

$(\nu_i)_j$, fréquence d'une source située en S_i et mesurée par un observateur S_j et $(\nu_j)_j$, fréquence propre d'un étalon supposé identique à la source et attaché à l'observateur (mesures solaires ou extra-galactiques), ou bien

$(\nu_i)_i$, fréquence propre relative mesurée par un absorbant situé à l'endroit où se trouve la source et $(\nu_j)_j$ fréquence propre relative d'une source identique en un lieu différent (mesures terrestres, Masers, Mössbauer).

α . En Relativité Restreinte, $(\nu_i)_i = \nu_{00}$ et tout revient à comparer $(\nu_i)_j$ avec la fréquence propre absolue qui apparaît alors comme une grandeur immédiatement accessible à l'expérience. En considérant par exemple la propagation d'une onde plane dans deux systèmes de réfé-

rence galiléens S_0, S'_0 , les conditions d'invariance de phase dans la transformation de Lorentz $S_0 \rightarrow S'_0$ conduisent aux formules classiques de l'aberration ($\theta \rightarrow \theta'$) et de l'effet Doppler ($\nu \rightarrow \nu'$). Je rappellerai seulement la seconde de ces formules

$$(25) \quad \nu' = \frac{\nu \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta}$$

(θ étant l'angle entre la vitesse de la source et la direction qui joint cette source à l'observateur).

Elle fait intervenir simultanément l'effet de ralentissement des horloges (effet Doppler transversal) et l'effet classique du premier ordre (effet Doppler longitudinal).

b. En Relativité Générale, on ne peut transposer cette théorie, car on ne sait pas étudier la propagation d'une onde plane monochromatique dans un espace de Riemann.

Aussi les généralisations heuristiques de la formule (25) consistent simplement à maintenir son allure générale en adjoignant à l'expression sous $\sqrt{\quad}$ un terme supplémentaire $\frac{2U}{c^2}$. Celui-ci représente l'intervention d'un éventuel potentiel de gravitation et son introduction se justifie en faisant appel au principe d'équivalence. Mais, en fait, l'intervention quantitative d'un principe d'équivalence requiert l'introduction d'une géométrie non euclidienne sous peine d'un total arbitraire.

Nous utiliserons alors la méthode suivante :

Soit à comparer

$$(26) \quad (\nu_i)_j = \frac{dN_a}{(dt_i)_j} \quad \text{et} \quad (\nu_j)_j = \frac{dN_e}{(dt_j)_j} = \frac{dN_0}{(dt_j)_j}.$$

Cette comparaison s'effectue par le truchement de la fréquence propre absolue qui n'est jamais mesurée en toute rigueur (sauf dans un satellite idéal par exemple) mais qui intervient comme intermédiaire de calcul. On a en effet

$$(27) \quad (\nu_j)_j = \frac{dN_0}{d\tau} \frac{d\tau}{(dt_j)_j} = \nu_{00} \sqrt{(g_{00})_j},$$

$$(28) \quad (\nu_i)_j = \frac{dN_a}{(dt_i)_j} = \frac{dN_a}{dN_0} \frac{dN_0}{d\tau} \frac{d\tau}{(dt_i)_j} = \nu_{00} \left(\frac{dN_a}{dN_0} \right) \frac{d\tau}{(dt_i)_j}.$$

Il s'agit donc d'évaluer $\frac{d\tau}{(dt_i)_j}$. Je n'insisterai pas sur cette très classique détermination. On a en effet

$$(29) \quad ds^2 = c^2 d\tau^2 = g_{pq} dx^p dx^q + 2g_{p0} dx^p dx^0 + g_{00} (dx^0)^2 \\ = d\tau^2 + g_{00} (dx^0)^2 \left[1 + \frac{g_{0p}}{g_{00}} \frac{v^p}{c} \right]^2,$$

en posant

$$(30) \quad d\tau^2 = \gamma_{pq} dx^p dx^q, \quad \gamma_{pq} = g_{pq} - \frac{g_{p0} g_{q0}}{g_{00}},$$

$$(31) \quad v^p = \frac{dx^p}{dt}, \quad v^2 = \frac{d\tau^2}{dt^2}$$

De (29) on tire immédiatement

$$(32) \quad ds^2 = (dx^0)^2 \left(\frac{v^2}{c^2} + g_{00} \left[1 + \frac{g_{0p}}{g_{00}} \frac{v^p}{c} \right]^2 \right),$$

c'est-à-dire

$$(33) \quad \frac{dx^0}{ds} = \frac{dt}{d\tau} = \left[\frac{v^2}{c^2} + g_{00} \left(1 + \frac{g_{0p}}{g_{00}} \frac{v^p}{c} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}$$

et, d'après (28),

$$(34) \quad (v_i)_j = \frac{dN_a}{dN_0} v_{00} \sqrt{\beta_{ij}^2 + (g_{00})_i \left[1 + \left(\frac{g_{0p}}{(g_{00})_i} \right) \frac{v_{ij}^p}{c} \right]^2}.$$

De (27) et de (34) nous pouvons déduire quelques conséquences immédiates :

a. Si la source S_i et l'observateur S_j appartiennent à des systèmes galiléens

$$(g_{0p}) = 0, \quad g_{00} = 1; \quad \frac{dN_a}{dN_0} = \frac{1}{1 - \beta \cos \theta},$$

d'où

$$(35) \quad (v_i)_j = \frac{v_{00} \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \theta}$$

avec

$$\beta_{ij}^2 = \frac{d\tau^2}{c^2 (dt_i)_j^2} = \frac{(v^i v_i)_j}{c^2} = - \sum \frac{(v^i)_j^2}{c^2} = - \beta^2.$$

Ainsi (34) se réduit à l'expression de l'effet de Doppler prévue par la Relativité Restreinte.

b. Si la vitesse relative source-observateur est nulle

$$(36) \quad (v_i)_j = v_{00} \sqrt{(g_{00})_i}.$$

Aussi

$$(37) \quad (\nu_i)_j = (\nu_i)_i = (\nu_i)_{j'} = \dots,$$

c'est la proposition que G. C. Mac Vittie énonce ainsi :

La fréquence observée $(\nu_i)_j$ se transporte sans changement quand la source et les observateurs sont en repos relatif.

c. On peut appliquer (34) aux observations effectuées par deux observateurs P_i et P_j d'un disque tournant. Les valeurs obtenues pour $(g_{00})_i = 1 - \frac{\omega^2 r_i^2}{c^2}$ et pour les γ_{pq} par orthogonalisation des lignes de temps conduisent aux classiques propriétés du disque ⁽⁸⁾.

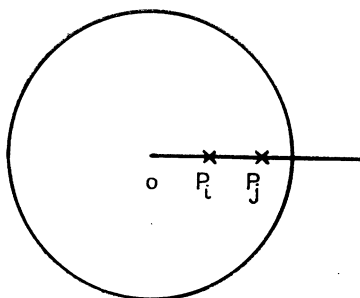


Fig. 3.

En chaque point P_i ...

$$(38) \quad (\nu_i)_i = \nu_{00} \sqrt{1 - \frac{\omega^2 r_i^2}{c^2}} < \nu_{00}.$$

5. Mesures effectives du décalage. — Les expériences relatives au décalage des raies spectrales émises par un atome se rapportent à trois domaines extrêmement différents :

a. Le premier est celui des théories cosmologiques. On sait en effet que l'observation du spectre émis par les nébuleuses manifeste un décalage considérable qu'il est assez vain d'expliquer par des hypothèses physiques telles que les théories du vieillissement (par exemple par l'effet Finlay-Freundlich).

⁽⁸⁾ L'intervalle ds^2 peut se mettre sous la forme

$$ds^2 = d\sigma^2 + c^2 d\tau^2,$$

$$d\tau = \frac{\sqrt{1 - r^2 \omega^2}}{c} \left[dt - \frac{\omega r^2 d\theta}{c^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)^2} \right], \quad \Delta\tau = \frac{4\omega S}{c^2}.$$

b. Le second est le domaine qui a offert jusqu'à présent des possibilités réduites mais classiques aux mesures de décalage dans les spectres d'émission : les atomes qui en sont l'objet sont situés soit sur le soleil, soit sur des étoiles appartenant à notre galaxie (par exemple 40 Eri B, Sirius B). Dans ce cas les comparaisons se font entre

$$(\nu_i)_j \text{ et } (\nu_j)_j$$

pour un observateur terrestre S_j .

Une difficulté théorique tient évidemment au fait qu'il est parfaitement gratuit de supposer que deux sources dont l'une est située sur Sirius B et l'autre sur la terre sont « identiques » c'est-à-dire ont même fréquence propre absolue ν_{00} . Bien entendu, aucune mesure ne peut porter sur ν_{00} ni pour l'une ni surtout pour l'autre de ces deux sources.

Une difficulté pratique est l'élimination des effets Doppler du premier ordre qui interviennent presque toujours. Pratiquement ces effets donnent des termes en β qui sont de l'ordre des potentiels de gravitation introduits par $\sqrt{(g_{00})_i}$. On les élimine des valeurs observées et c'est ensuite aux termes corrigés qu'on applique la formule d'un décalage purement gravitationnel $\sqrt{(g_{00})_i}$. Le procédé conduit évidemment à des résultats assez incertains.

c. Le troisième domaine très récemment utilisable et très récemment exploité consiste à appliquer la théorie du décalage à des expériences réalisées avec un matériel terrestre. Les perfectionnements des techniques pour obtenir des oscillateurs stables (masers) et surtout l'exploitation du récent effet Mössbauer offre des possibilités que nous allons maintenant exposer.

6. Précision nécessaire pour mettre en évidence un décalage gravitationnel par des mesures terrestres. — Considérons une source S_i en altitude, source dont la fréquence propre relative $(\nu_i)_i$ est déterminée, soit par un récepteur R_i situé au même endroit, soit par un récepteur situé au sol R_j^1 . Une source identique S_j située au sol a sa fréquence mesurée par un récepteur R_j^2 .

On aura

$$(39) \quad (\nu_i)_j = (\nu_i)_i = \nu_{00} \sqrt{(g_{00})_i} = \nu_{00} \sqrt{1 + \frac{2U_i}{c^2}} \quad \left(U_i = -\frac{GM}{(R+H)} \right),$$

$$(40) \quad (\nu_j)_j = \nu_{00} \sqrt{(g_{00})_j} = \nu_{00} \sqrt{1 + \frac{2U_j}{c^2}} \quad \left(U_j = -\frac{GM}{R} \right),$$

M et R étant la masse et le rayon terrestre, H la dénivelée. Des calculs classiques conduisent à

$$(41) \quad (v_i)_j = (v_j)_j \frac{\sqrt{1 + \frac{2U_i}{c^2}}}{\sqrt{1 + \frac{2U_j}{c^2}}}.$$

D'où

$$(42) \quad \Delta v = (v_i)_j - (v_j)_j = (v_j)_j \frac{GMH}{c^2 R^2} = (v_j)_j \frac{gH}{c^2},$$

$g = \frac{GM}{R^2}$ étant l'accélération au sol de la pesanteur. Il vient donc pour une dénivelée $H = 1$ mètre,

$$(43) \quad \frac{\Delta v}{v} = \frac{981}{9 \cdot 10^{20}} = 1,09 \cdot 10^{-16}.$$

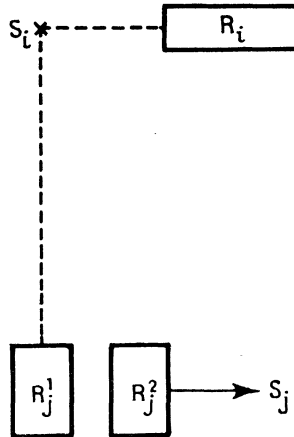


Fig. 4.

Pour détecter un effet de ce genre, il faut donc utiliser des sources dont la stabilité (ou largeur naturelle de la raie) conduit à cet ordre de grandeur, sinon l'effet à mesurer serait complètement voilé par un $\frac{\Delta v}{v}$ beaucoup plus considérable et provenant de phénomènes parasites.

7. Principe des expériences basées sur l'utilisation de masers. — Un maser est une horloge atomique dont la fréquence est particulièrement stable. De grands progrès ont été accomplis récemment dans la technique

des masers ⁽⁹⁾. Néanmoins elle ne peut être actuellement suffisante que si l'on utilise des masers :

a. soit pour mesurer des décalages assez intenses. On cherche alors à augmenter H en utilisant par exemple de fortes dénivelées que permettrait l'emploi de satellites artificiels ;

b. soit en augmentant artificiellement le décalage primitif par un dispositif d'amplification.

a. Comparaison entre les fréquences émises par un maser terrestre et un maser placé à bord d'un satellite. — Reprenons par exemple le principe des expériences imaginées par R. S. Badisson, R. L. Kent et J. C. Nowell ⁽¹⁰⁾. Elles consistent à comparer les fréquences de deux oscillateurs dont l'un est en S_j à la surface de la terre et dont l'autre est sur un satellite S_i qui décrit autour de la terre une orbite de grande excentricité.

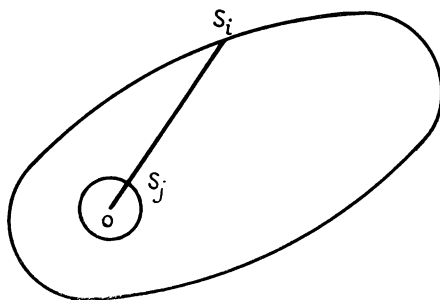


Fig. 5.

On connaît bien entendu la valeur

$$(44) \quad (g_{00})_i = 1 - \frac{2Gm}{rc^2}$$

donnée par la solution de Schwarzschild relative à la terre mais la grosse difficulté reste l'évaluation des effets Doppler du premier ordre : les uns sont liés au mouvement du satellite sur son orbite, les autres au mouvement diurne de la Terre. Le calcul effectif des corrections qu'il conviendrait d'apporter aux valeurs expérimentales pour retrouver le

⁽⁹⁾ C. H. TOWNES et A. L. SCHAWLOW, *Phys. Rev.*, t. 112, 1959, p. 1940; J. CEDERHOLM, *Phys. Rev. Letters*, t. 1, 1958, p. 342.

⁽¹⁰⁾ S. SINGER, *Phys. Rev.*, t. 104, 1956, p. 1; R. S. BADISSON, R. L. KENT, and S. C. NOWELL, *Phys. Rev. Letters*, vol. 3, n° 2, 1959.

seul apport des corrections en $\sqrt{\beta^2 + (g_{00})_i}$ est compliqué et les résultats trop incertains pour mériter d'être retenus.

b. Les dispositifs d'amplification. — On peut essayer d'utiliser uniquement des sources fixes terrestres, ce qui a l'avantage de supprimer tout effet Doppler du premier ordre. Il est alors nécessaire d'amplifier les indications reçues en mettant en jeu des dispositifs de relais. Tel est le principe de l'expérience proposée par M. Surdin ⁽¹¹⁾ :

On considère deux stations l'une I au niveau de la mer, l'autre II à une altitude H. La station I possède deux masers M_1 et M'_1 qui oscillent sur les fréquences f et $2f$. La station II possède un seul maser M_2 qui oscille sur la fréquence $2f$.

La fréquence f émise par M_1 est reçue en R_2 à la station II. D'après M. Surdin, elle parvient en R_2 avec la fréquence $f - \Delta f$ telle que

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{c^2} \left(\frac{GM}{R} - \frac{GM}{R+H} \right) \neq \frac{GMH}{R^2 c^2}.$$

Station II

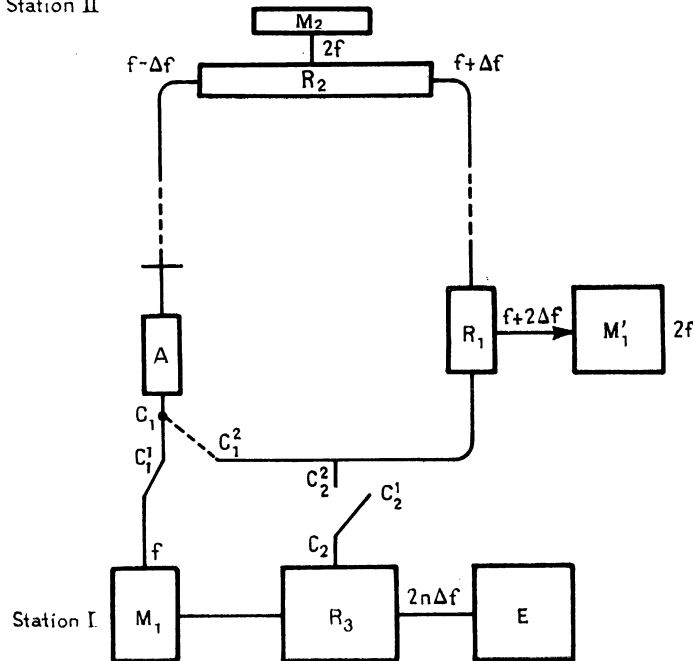


Fig. 6.

⁽¹¹⁾ M. SURDIN, *C. R. Acad. Sc.*, janvier 1960, p. 299.

Cette fréquence, mêlée avec la fréquence $2f$ émise par M_2 est alors

$$2f - (f - \Delta f) = f + \Delta f.$$

Après transmission à la station I, elle possède donc la fréquence

$$f + \Delta f + \Delta f = f + 2\Delta f.$$

Si l'onde est alors mélangée à une onde $2f$ fournie par M'_1 la fréquence qui part de I est

$$2f - (f + 2\Delta f) = f - 2\Delta f.$$

En commutant C_1 de C_1^1 en C_1^2 on isole M_1 et la fréquence précédente arrive en II comme $f - 3\Delta f$. Après mélange elle repart de II vers I devenant

$$f + 4\Delta f, \dots$$

Si n est le nombre de tours ainsi accomplis la fréquence qui était f au départ serait $f + 2n\Delta f$ à l'arrivée.

Le principe même de l'expérience paraît douteux quand on le considère sous cette forme.

En effet, soit $(\nu_1)_I = f$ la fréquence émise au départ par M_1 et soient

$$(\nu'_I)_I = 2f, \quad (\nu_{II})_{II} = 2f$$

les fréquences émises par M'_1 (de I) et par M_2 (de II).

La fréquence émise par M_1 et reçue par R_2 est toujours

$$(\nu_I)_{II} = (\nu_I)_I = f,$$

car la fréquence est transmise sans changement quand la source et le récepteur sont en repos relatif. Après mélange, l'onde qui repartira de II est donc

$$(\nu'_{II})_{II} = (\nu_{II})_{II} - (\nu_I)_{II} = 2f - f = f.$$

Un récepteur de I enregistrera alors

$$(\nu_{II})_I = (\nu'_{II})_{II} = f, \dots$$

Il n'existe donc aucun effet d'amplification si ce n'est celui des bruits de fond.

Supposons, par contre, que nous utilisions trois masers M_1 , M'_1 et M_2 de fréquences

$$(\nu_I)_I = f, \quad (\nu'_I)_I = (\nu''_I)_I = 2f$$

$M_1(\nu')$ et $M_2(\nu'')$ ayant des fréquences identiques *quand ils sont en I*. Transportons en II le maser M_2 . Sa fréquence mesurée par un observateur II est alors

$$(\nu''_{II})_{II} = \nu_{00} \sqrt{1 + \frac{2U_{II}}{c^2}}$$

alors qu'en I elle était

$$(\nu''_{II})_I = \nu_{00} \sqrt{1 + \frac{2U_I}{c^2}} = 2f.$$

Il vient donc

$$(\nu''_{II})_{II} = (\nu''_{II})_I \frac{\sqrt{1 + \frac{2U_{II}}{c^2}}}{\sqrt{1 + \frac{2U_I}{c^2}}},$$

c'est-à-dire

$$\begin{aligned} 2\Delta f &= (\nu''_{II})_{II} - (\nu''_{II})_I = 2f \left(\frac{U_{II}}{c^2} - \frac{U_I}{c^2} \right) \\ &= \frac{2f}{c^2} GM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+H} \right) = \frac{2fGMH}{c^2 R^2} \neq \frac{2fgH}{c^2}. \end{aligned}$$

Après mélange, la fréquence qui part de II est donc

$$2f + 2\Delta f - f = f + 2\Delta f.$$

La même fréquence arrive en I et se mélange à une onde $2f$,

$$2f - (f + 2\Delta f) = f - 2\Delta f.$$

Cette fréquence retourne en II et l'on obtient, après mélange,

$$2f + 2\Delta f - (f - 2\Delta f) = f + 4\Delta f,$$

fréquence qui est retournée en I.

On pourrait donc conserver le dispositif proposé par M. Surdin à condition d'en modifier le principe et d'utiliser en II une source dont la fréquence *était* deux fois la fréquence f quand cette source était au sol (et non pas est deux fois la fréquence f quand la source est en II).

8. Les expériences basées sur l'effet Mössbauer. — 1. *Qu'est-ce que l'effet Mössbauer?* — On sait que certains noyaux excités produisent une émission de rayons γ en revenant à l'état fondamental. Toutefois, si E_0 est la différence entre l'énergie de l'état excité et celle de l'état fondamental, le rayonnement γ émis n'emporte pas l'énergie E_0 . Une partie R

de cette énergie est en effet absorbée par le recul du noyau. Les γ emportent ainsi $E_0 - R$.

D'une manière analogue, les atomes ne peuvent être portés à leur état excité que par une absorption de rayonnement γ d'énergie $E_0 + R$, le surplus d'énergie R assurant le recul du noyau.

Jusqu'à ces dernières années on pouvait donc très difficilement réaliser des spectres manifestant l'absorption de résonance des rayons γ . En effet, ce rayonnement γ ne peut être absorbé par résonance que s'il possède exactement l'énergie E_0 correspondant à l'état excité. Or, le recul du noyau à l'émission ne lui confère que l'énergie $E_0 - R$. Le déficit énergétique entre les γ susceptibles de porter l'atome à un état excité et les γ émis est

$$E_0 + R - (E_0 - R) = 2R,$$

c'est-à-dire le double de l'énergie de recul d'un noyau libre.

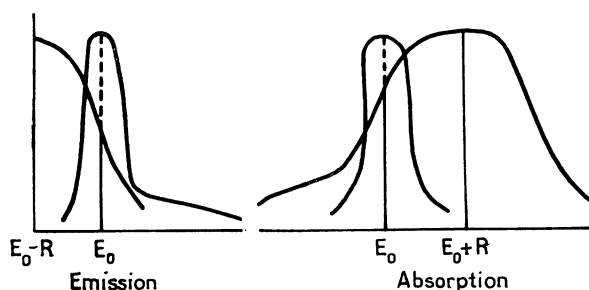


Fig. 7.

Au lieu d'utiliser les atomes d'un gaz ionisé on peut considérer les atomes d'un cristal qui restent liés à l'ensemble du cristal. R. L. Mössbauer ⁽¹²⁾ a en effet montré que les atomes d'un cristal porté à basse température (par exemple à la température de l'azote liquide) pouvaient émettre et absorber un rayonnement γ sans que les atomes soient l'objet d'un recul individuel. R. L. Mössbauer explique cet effet en adaptant une théorie de Lamb ⁽¹³⁾. Si l'atome émetteur est porté à une température assez basse, il ne peut pas toujours reculer librement. Tout se passe comme si l'atome était solidaire du cristal entier. Celui-ci, considéré

⁽¹²⁾ R. L. MÖSSBAUER, *Z. Phys.*, t. 151, 1958, p. 124; *Naturwiss.*, t. 45, 1958, p. 1538; *Z. Naturforsch.*, t. 14 a, 1959, p. 211.

⁽¹³⁾ W. E. LAMB, *Phys. Rev.*, t. 36, 1939, p. 120.

comme un tout, absorbe alors le moment cinétique correspondant au recul du noyau. Une fraction infime de l'énergie de recul est donc fournie par l'atome considéré. Aussi l'énergie qu'emportent les γ émis est pratiquement égale à l'énergie de résonance E_0 . Un cristal identique pourrait donc absorber ces γ par résonance.

Au lieu de considérer la totalité de la raie d'émission ou d'absorption on utilisera donc la raie de résonance moins intense mais beaucoup plus fine c'est-à-dire beaucoup plus monochromatique.

2. *Sources.* — Les expériences initiales de R. L. Mössbauer ont été effectuées en utilisant la source de rayons γ constituée par ^{191}Ir contenu à 38,5 % dans l'iridium métallique. La source émet des γ tels que

$$E_0 = 129 \text{ KeV.}$$

Ces expériences ont été reprises ⁽¹⁴⁾ en utilisant comme source l'osmium (^{191}Os) qui produit ^{191}Ir par désintégration β . On peut, d'une

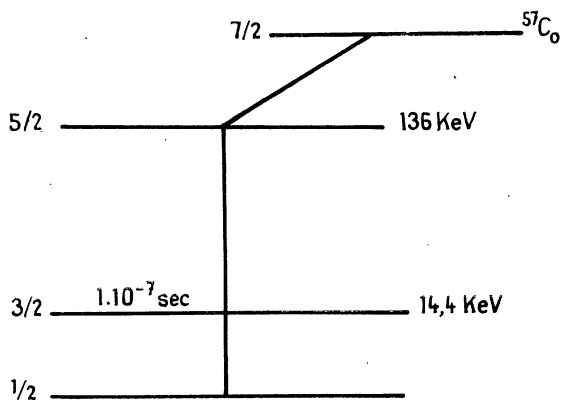


Fig. 8.

Schéma de désintégration de ^{57}Fe .

manière analogue, mettre en évidence des absorptions de résonance à partir des γ émis par ^{182}W . Pour cela on utilise une source de tantale (^{182}Ta) qui produit ^{182}W par désintégration β . Le premier état excité du tungstène (^{182}W) produit un rayonnement γ d'énergie $E_0 = 100 \text{ KeV}$.

Les expériences les plus intéressantes semblent réalisées à partir du

⁽¹⁴⁾ P. P. CRAIG, J. G. MASCH, A. D. MC GURCE, D. NAGLE et R. R. RESWIG, *Phys. Rev. Letters*, vol. 3, n° 5, 1959.

rayonnement γ émis par ^{57}Fe . On utilise alors une source de cobalt (^{57}Co) qui, par désintégration β , produit $^{57}\text{Fe}^{(15)}$. On sait en effet que les métaux ferro-magnétiques possèdent une structure hyperfine qui donne des raies caractéristiques par transition magnétique dipolaire.

Dans l'état excité le plus élevé (état correspondant probablement au spin $\frac{5}{2}$), les γ émis par ^{57}Fe ont une énergie de 136 KeV (0,136 MeV). Mais il existe un second état excité (correspondant au spin $\frac{3}{2}$) qui produit un rayonnement γ de 14,4 KeV (0,0144 MeV). C'est celui qui est utilisé ici.

Notons enfin la possibilité d'employer une source qui, par désintégration produit ^{67}Zn . On obtient ainsi des γ tels que $E_0 = 93$ KeV.

3. *Principe des mesures.* — On définit le pouvoir monochromateur de la source par le facteur

$$(45) \quad Q = \frac{\nu}{2 \Delta \nu} = \frac{E_0}{2 \hbar \Delta \nu} = \frac{E_0}{2 \Gamma},$$

Γ est la largeur de la raie mesurée à mi-hauteur pour la résonance observée. Si τ est la vie moyenne des atomes correspondant à l'état excité considéré,

$$(46) \quad \Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$$

et

$$(47) \quad Q = \frac{1}{2 \hbar} E_0 \tau.$$

On pourrait déterminer τ directement en utilisant, par exemple, un dispositif de coïncidence. Néanmoins il semble que la détermination de τ et par conséquent de Q soit meilleure en utilisant un effet Doppler auxiliaire du premier ordre (effet longitudinal).

Supposons en effet qu'on donne à la source un mouvement relatif de vitesse uniforme $\pm v$ par rapport à l'absorbant. Un effet Doppler longitudinal changera ν en

$$(49) \quad \nu' = \frac{\nu}{1 \mp \beta} = \nu(1 \pm \beta), \quad \Delta \nu = \pm \beta \nu.$$

⁽¹⁵⁾ G. de PASQUALI, H. FRAUENFELDER, S. MARGULIES et R. N. PEACOCK, *Phys. Rev. Letters*, janvier 1960.

L'intensité de la raie de résonance $\in(\nu)$ est maxima quand la vitesse de la source est nulle. Le changement $\Delta\nu$ de fréquence de la source (ou de l'absorbant) par effet Doppler produit en effet une variation $\Delta E = h \Delta\nu$ et une diminution de l'absorption par résonance.

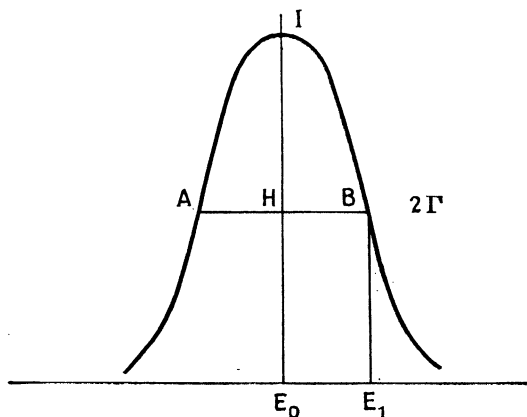


Fig. 9.

Supposons que la vitesse ν soit telle que l'intensité de la raie de résonance soit réduite de moitié : cela veut dire que la vie moyenne des atomes d'énergie E_0 est réduite de moitié. L'intensité est alors $HE_0 = BE_1 = \frac{E_0 I}{2}$. Le nombre des γ possédant l'énergie E_0 est égal au nombre des γ qui avaient primitivement (avant effet Doppler) l'énergie BE_1 telle que

$$(49) \quad E_0 E_1 = \Gamma = h \Delta\nu.$$

La demi-largeur de la raie est donc

$$(50) \quad \Gamma = h \beta \nu = E_0 \beta$$

et le facteur de séparation est

$$(51) \quad Q = \frac{E_0}{2\Gamma} = \frac{h\nu}{2h\beta\nu} = \frac{1}{2\beta} = \frac{c}{2\nu}.$$

On peut donc évaluer la largeur des raies de résonance en se donnant la valeur de ν , vitesse nécessaire pour réduire l'intensité de moitié par effet Doppler longitudinal.

Ainsi, dans les diverses expériences réalisées jusqu'ici, on trouve avec les γ émis

	E_γ (KeV).	τ (sec.).	2Γ (eV).	$Q = \frac{E_\gamma}{2\Gamma}$.
$^{191}\text{Ir} \dots \dots \dots$	129	$0,1 \cdot 10^{-9}$	$1,31 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{10}$
$^{182}\text{W} \dots \dots \dots$	100	$1,87 \cdot 10^{-9}$	$7 \cdot 10^{-7}$	$1,4 \cdot 10^{11}$
$^{119}\text{Sn} \dots \dots \dots$	23,8	$24,5 \cdot 10^{-9}$	$4,5 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{11}$
$^{57}\text{Fe} \dots \dots \dots$	14,4	$140 \cdot 10^{-9}$	$0,9 \cdot 10^{-8}$	$1,5 \cdot 10^{12}$
$^{67}\text{Zn} \dots \dots \dots$	93	$1,35 \cdot 10^{-5}$	$9,6 \cdot 10^{-11}$	$0,9 \cdot 10^{15}$
$^{107}\text{Ag} \dots \dots \dots$	100	63	$2 \cdot 10^{-17}$	$0,5 \cdot 10^{22}$

La mesure de la largeur des raies d'absorption de résonance par adjonction d'un effet Doppler longitudinal auxiliaire présente un grand intérêt en dehors de toute application à la détection d'un effet gravitationnel. Elle permet en effet de mettre en évidence une structure Zeemann hyperfine.

Effectivement on peut tracer la courbe

$$\epsilon(\nu) = \frac{N(\infty) - N(\nu)}{N(\infty)},$$

$N(\nu)$ correspond au taux de comptage des γ non absorbés pour une vitesse relative ν source-absorbant. $N(\infty)$ représente le taux de comptage quand il n'existe aucune absorption par résonance c'est-à-dire quand tous les γ émis sont enregistrés par le compteur.

L'absorption de résonance maxima est donnée par $\epsilon(0)$. Elle est fonction de la température de la source et de l'épaisseur de l'absorbant. Pour ^{57}Fe , $\epsilon(0)$ est pratiquement constant de 25 à 200°C, puis décroît lentement et tend asymptotiquement vers zéro aux environs de 550°C⁽¹⁵⁾. On constate que la variation de ν permet de manifester l'existence d'une structure Zeemann hyperfine. Pour les γ de 14,4 KeV émis par ^{57}Fe on peut mettre en évidence, quand ν croît, la présence de trois satellites correspondant à des résonances de niveaux énergétiques différents.

Cette séparation est produite par l'interaction du moment magnétique μ^* de l'état excité avec le champ magnétique H du noyau. Si I^* est le spin de l'état excité, la séparation des énergies des raies hyperfines émises ou absorbées est $\frac{\mu^* H}{I^*}$.

(15) Cf. G. DE PASQUALI, H. FRAUENFELDER, S. MARGULIES et R. N. PEACOCK, *Phys. Rev. Letters*, vol. 4, n° 2, 15 janvier 1960.

Quand la vitesse relative source-absorbant est nulle, il reste une résonance entre toutes les raies hyperfines émises ou absorbées. Si la vitesse croît, il s'introduit un décalage correspondant à une différence énergétique

$$\frac{E_0}{2\Gamma} = \frac{c}{2v}, \quad \text{où} \quad \Gamma = \frac{v}{c} E_0.$$

Pour

$$\Gamma = \frac{\mu^* H}{I^*},$$

c'est-à-dire

$$v = \frac{c \mu^* H}{I^* E_0}.$$

l'énergie $\frac{v}{c} E$ correspond à l'énergie de résonance $E_1 = E_0 + \Gamma^*$ de la première des raies hyperfines.

Dans le cas ^{57}Fe ($I^* = \frac{3}{2}$) on voit ainsi apparaître trois maxima secondaires à côté de la raie centrale.

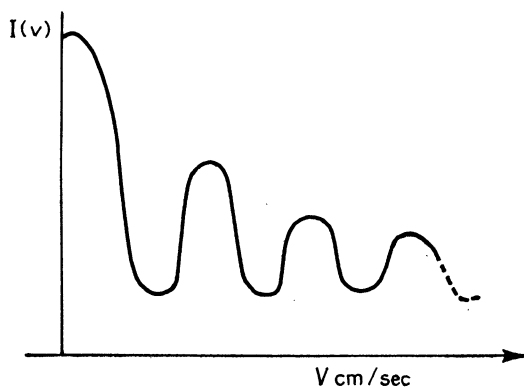


Fig. 10.

9. Application de l'effet Mössbauer à la mesure du décalage produit par un champ de gravitation ⁽¹⁶⁾. — La possibilité d'obtenir des raies de résonance très fines par effet Mössbauer permet de détecter les influences très petites qui peuvent modifier la fréquence du rayonnement γ émis.

⁽¹⁶⁾ L'effet Mössbauer peut avoir, bien entendu, un domaine d'application beaucoup plus vaste (structures cristallines, etc.), cf. par exemple, R. BARLOUTAUD, E. COTTON, J. L. PICOU, J. QUINORT, *C. R. Acad. Sc.*, t. 250, 1960, p. 319; E. COTTON, *J. Phys. Rad.*, t. 21, 1960, p. 265.

Si $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ est suffisamment faible, il peut être inférieur au décalage que produirait par exemple la variation du champ de gravitation pour une dénivellation h assez faible.

Cette possibilité a d'abord été signalée par Pound et Rebka (¹⁷). Elle permet de réaliser des expériences entre des points fixes de la terre, plus facilement contrôlables que les expériences exécutées au moyen de satellites.

Les expériences sur le décalage gravitationnel d'abord suggérées par R. V. Pound et G. B. Rebka ont été réalisées jusqu'ici par deux groupes de chercheurs :

a. R. V. Pound et G. B. Rebka, de l'Université Harvard (Massachusetts, U. S. A.) (¹⁷);

b. J. E. Cranshaw, S. P. Schiffer et A. B. Whitehead, des Recherches atomiques de Harwell (G. B.) (¹⁸).

Signalons aussi les expériences de G. de Pasquali, H. Frauenfelder, S. Margulès et R. N. Peacock (¹⁹).

Tous ces auteurs utilisent une source de ^{57}Co , c'est-à-dire opèrent avec les rayons γ (14,4 keV, $\tau = 0,1 \mu\text{s}$) émis par ^{57}Fe .

Une première étude limitée de l'absorption de résonance de ^{57}Fe avait été faite par Pound et Rebka (²⁰). Elle avait mis en évidence, comme nous l'avons vu, une structure Zeeman hyperfine et l'existence de raies satellites.

a. Pour mesurer l'influence d'une dénivellation H sur le décalage, T. E. Cranshaw, J. P. Schiffer et A. B. Whitehead disposent la source à une altitude

$$H = 12,50 \text{ m}$$

au-dessus du récepteur. Cette source se meut alternativement de haut en bas et de bas en haut. Ses pulsations sont enregistrées par deux compteurs, chacun fonctionnant pour un demi-cycle. D'autre part, l'amplitude du mouvement de la source est déterminée à l'aide d'illumi-

(¹⁷) R. V. POUND et G. A. REBKA Jr., *Phys. Rev. Letters*, 13 décembre 1959; 1^{er} novembre 1959, vol. 3, n° 9.

(¹⁸) T. E. CRANSHAW, J. P. SCHIFFER, A. B. WHITEHEAD, *Phys. Rev. Letters*, 15 février 1960.

(¹⁹) G. DE PASQUALI, H. FRAUENFELDER, S. MARGULÈS et R. V. PEACOCK, *Phys. Rev. Letters*, 15 janvier 1960.

(²⁰) R. V. POUND et G. A. REBKA, *Phys. Rev. Letters*, 1^{er} avril 1960.

nations stroboscopiques. Cette amplitude est de $0,51 \mu$ et le temps de comptage a été de 250 heures.

La vitesse optima de la source est déterminée expérimentalement par la largeur mesurée de la courbe d'absorption et par les taux d'absorption.

Or, pour une altitude de 12,50 m, le décalage purement gravitationnel est

$$\frac{gh}{c^2} = \frac{981 \times 1250}{9 \cdot 10^{20}} = 1,36 \cdot 10^{-15}.$$

Les résultats sont les suivants :

Le rapport entre les indications des deux compteurs devrait différer de l'unité de $3,9 \cdot 10^{-4}$.

Or la valeur expérimentalement obtenue pour le rapport des indications des deux compteurs est $3,75 \cdot 10^{-4}$, avec une erreur de $1,76 \cdot 10^{-4}$ due aux statistiques de comptage.

D'après les auteurs, on observe donc $0,96 \pm 0,45$ fois le décalage prédit par la théorie, ce qui signifie que la probabilité pour que le décalage de gravitation soit inexistant est 0,017.

b. Les expériences précédentes ont été vivement critiquées par R. V. Pound et G. A. Rebka (²⁰). Il faut observer que la différence de fréquence ainsi obtenue entre source et absorbant n'est pas très significative, car elle peut toujours être due à diverses asymétries qui apparaissent dans le milieu. En particulier, une différence de température extrêmement faible entre source et absorbant peut produire une variation de fréquence très sensible. Par exemple, $0,6^\circ \text{C}$ de différence produirait dans le cas de l'expérience précédente un effet aussi grand que le décalage total.

Pour éliminer l'influence des asymétries, R. V. Pound et G. A. Rebka jugent indispensable de mesurer non pas la différence de fréquence entre la source et l'absorbant mais la variation de cette différence quand on modifie uniquement le phénomène étudié. On mesurera donc la variation qui se produit en intervertissant les positions relatives source-absorbant.

$$\begin{array}{cc} \text{1er Cas : } S_j \overline{\text{////}} \quad \text{---} \quad \text{---} & \text{2e Cas : } S_j \times \quad \text{---} \quad \text{---} \\ S_i \times \quad \text{---} \quad \text{---} & S_i \overline{\text{////}} \quad \text{---} \quad \text{---} \end{array}$$

Dans le premier cas, l'absorbant S_j est en altitude, la source S_i

au sol

$$\Delta^{(1)}\nu = (\nu_j)_i - (\nu_i)_i = -(\nu_i)_i \frac{gh}{c^2}.$$

Dans le second cas, la source S_j est en altitude, l'absorbant S_i au sol

$$\Delta^{(2)}\nu = (\nu_i)_j - (\nu_j)_j = +(\nu_j)_j \frac{gh}{c^2}.$$

La variation relative des différences de fréquences entre les expériences (1) (absorbant en altitude) et les expériences (2) (source en altitude) est alors

$$\frac{\Delta^{(1)} - \Delta^{(2)}}{(\nu_i)_i} \neq -2 \frac{gh}{c^2}.$$

L'altitude de la source, puis de l'absorbant, est égale à 74 pieds, c'est à-dire à

$$0,304 \times 74 = 22,496 \text{ m.}$$

L'effet théorique prévu est donc

$$- \frac{2 \times 2249,6 \times 981}{9 \cdot 10^{20}} \neq -4,9 \cdot 10^{-13}.$$

Or, les expériences brutes réalisées dans le premier et dans le second cas (absorbant en altitude ou source en altitude) doivent subir les corrections de température. On trouve ainsi ⁽²⁰⁾ :

	Décalage observé (10 ¹⁵).	Correction de température.	Décalage réel.
(1) Absorbant en altitude.....	-11,5 ± 3,0	- 9,2	-20,7 ± 3,0
	-16,4 ± 2,2	- 5,9	-22,3 ± 2,2
	-13,8 ± 1,3	- 5,3	-19,1 ± 1,3
	-11,9 ± 2,1	- 8,0	-19,9 ± 2,1
	- 8,7 ± 2,0	-10,5	-19,2 ± 2,0
	-10,5 ± 2,0	-10,6	-21,0 ± 2,0
(2) Source en altitude.....	-12,0 ± 4,1	- 8,6	-20,6 ± 4,1
	- 5,7 ± 1,4	- 9,6	-15,3 ± 1,4
	- 7,4 ± 2,1	- 7,4	-14,8 ± 2,1
	- 6,5 ± 2,1	- 5,8	-12,3 ± 2,1
	-13,9 ± 3,1	- 7,5	-21,4 ± 3,1
	- 6,6 ± 3,0	- 5,7	-12,3 ± 3,0
	- 6,5 ± 2,0	- 8,9	-15,4 ± 2,0
	-10,0 ± 2,6	- 7,9	-17,9 ± 2,6

La différence entre les valeurs moyennes corrigées des effets de température obtenues dans les expériences (1) et dans les expériences (2) est

alors

$$-19,7 \pm 0,8 - (-15,5 \pm 0,6) = -4,2 \pm 1,1 \cdot 10^{-15}.$$

Après correction de température, le décalage observé est ainsi

$$-(5,13 \pm 0,51) 10^{-15}.$$

La valeur obtenue expérimentalement est en accord avec la valeur $-4,9 \cdot 10^{-15}$ prévue. On a

$$\frac{(\Delta\nu)_{\text{exp.}}}{(\Delta\nu)_{\text{théor.}}} = \frac{5,13 \pm 0,51 \cdot 10^{-15}}{4,9 \cdot 10^{-15}} = 1,05 \pm 0,12,$$

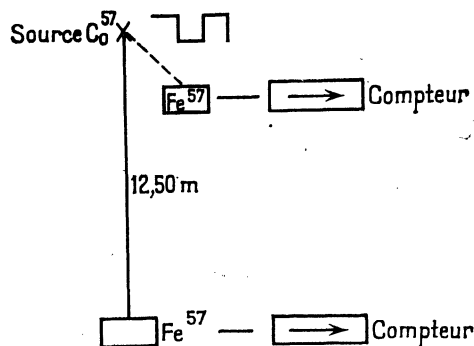


Fig. 11.

10. Mesure du décalage dans un système accéléré. — Jusqu'ici l'effet Mössbauer a permis de mesurer l'importance des effets gravitationnels dans les phénomènes de décalage. Pour obtenir une vérification expérimentale directe du principe d'équivalence il serait nécessaire de mettre expérimentalement en évidence l'influence d'un mouvement accéléré sur le décalage.

Des expériences sur ce sujet ont été entreprises par H. J. Hay, J. P. Schiffer, T. E. Cranshaw et P. A. Egelstaff⁽²¹⁾. Nous en indiquerons le principe qui est intéressant sans insister sur la discussion des résultats (intervention de phénomènes parasites, etc.).

Le principe de l'expérience est le suivant : une source de ^{57}Co est placée sur la surface d'un cylindre de fer de 0,8 cm de diamètre. Ce cylindre est monté entre deux plaques de dural. Il est entouré d'une masse de leucite en forme de cylindre creux de 13,28 cm de diamètre

⁽²¹⁾ H. J. HAY, J. P. SCHIFFER, T. E. CRANSHAW et P. A. EGELSTAFF, *Phys. Rev. Letters*, vol. 4, février 1960.

intérieur. L'absorbant est une feuille de fer enrichie de ^{57}Fe à 50 %. Cette feuille est collée sur la surface intérieure de la leucite. Les deux cylindres (source de ^{57}Co et absorbant ^{57}Fe) sont coaxiaux. L'ensemble tourne à une vitesse angulaire voisine de 200 t/s. Les rayons γ après avoir traversé l'absorbant sont détectés par un compteur.

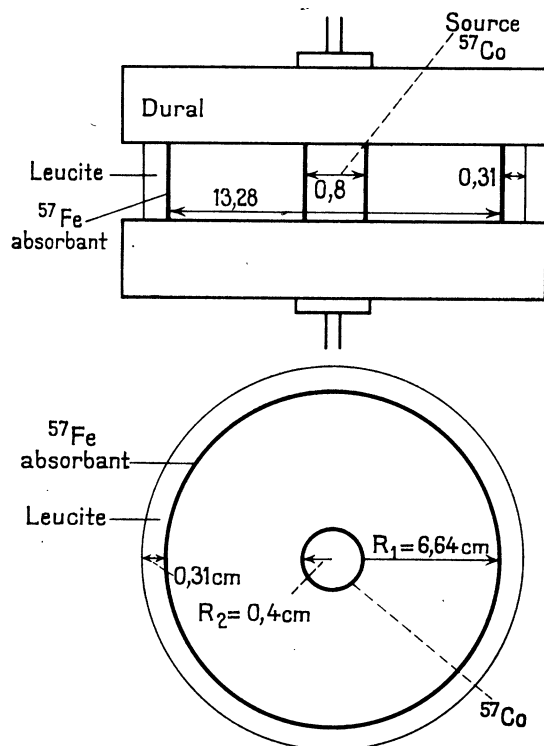


Fig. 12.

Si r_i est le rayon du cylindre que constitue la source et r_j celui du cylindre absorbant, on obtient, en particulierisant la formule (38).

$$(\nu_i)_l = \nu_{00} \sqrt{1 - \frac{\omega^2 r_i^2}{c^2}},$$

$$(\nu_j)_j = \nu_{00} \sqrt{1 - \frac{\omega^2 r_j^2}{c^2}}.$$

La différence de fréquence source-absorbant est donc telle que

$$(\nu_i)_l \neq (\nu_j)_j \frac{1 - \frac{\omega^2 r_i^2}{2c^2}}{1 - \frac{\omega^2 r_j^2}{2c^2}} \neq (\nu_j)_j \left[1 - \frac{\omega^2}{2c^2} (r_i^2 - r_j^2) \right]$$

et

$$\Delta v = (v_i)_i - (v_j)_j = \frac{\omega^2}{2c^2} (r_j^2 - r_i^2).$$

Ici

$$r_j = 6,64 \text{ cm}, \quad r_i = 0,4 \text{ cm},$$

$$\frac{(v_i)_i - (v_j)_j}{(v_j)_j} = 2,44 \cdot 10^{-20}.$$

11. Les expériences de décalage en tant que « preuves de la Relativité Générale ». — On peut se demander dans quelle mesure l'expérience nous impose l'acceptation des principes de la Relativité Générale en tant que théorie non euclidienne de la gravitation. Nous allons essayer de répondre ici aux deux questions suivantes :

1° Existe-t-il une hiérarchie de principe entre les différents tests expérimentaux de la Relativité Générale, cela sans faire intervenir la marge d'erreurs ou bien les approximations explicites qu'ils comportent ?

Certains de ces tests pourraient-ils confirmer tout aussi bien une théorie euclidienne de la gravitation ?

2° Il est évident que le principe d'équivalence permet la construction de la Relativité Générale. Il se présente donc comme une condition nécessaire de la Relativité Générale. Néanmoins plusieurs auteurs (Schiff par exemple) semblent penser que certains des tests de la Relativité Générale — le décalage par exemple — confirment le principe d'équivalence, mais n'impliquent pas forcément la Relativité Générale en tant que théorie non euclidienne de la gravitation. Autrement dit les expériences de décalage pourraient confirmer le principe d'équivalence mais non pas forcément la Relativité Générale. Tout au plus pourraient-elles l'infirmer si le principe d'équivalence lui-même n'était pas vérifié.

a. Les divers tests expérimentaux sont-ils également probants pour justifier la validité de la Relativité Générale en tant que théorie non euclidienne de la gravitation. — Nous savons que la marge d'erreurs que comportent les expériences classiques servant de tests à la Relativité Générale est loin d'être la même. Sans parler des erreurs systématiques et connues qui affectent les mesures de décalage réalisées dans le système solaire et en dehors de la galaxie, nous savons que de nombreux facteurs dont l'influence est loin d'être négligeable, ne

peuvent être introduits dans les calculs explicites (chocs atomiques produisant des effets Doppler du premier ordre, etc.).

A cet égard, la mesure de l'avance du périhélie des planètes semble de très loin la vérification la plus rigoureuse élaborée jusqu'ici.

Considérons l'aspect purement théorique de la question :

Chacun des deux premiers tests de la Relativité Générale (avance du périhélie et courbure des rayons lumineux) prend appui sur les équations de la gravitation du cas extérieur et sur les équations des géodésiques. Les unes et les autres sont rendues maniables par une hypothèse simplificatrice :

- symétrie sphérique dans le premier cas (périhélie) :
- symétrie sphérique + $ds = 0$ dans le deuxième cas (courbure des rayons lumineux).

Il est évident qu'une vérification portera finalement sur des équations qui comporteront d'autant plus de données extra-newtoniennes (deux pour la solution de Schwarzschild) rattachées directement à la structure de l'univers que le nombre des conditions introduites *a priori* sera plus petit. Par exemple, dès qu'il s'agit de la propagation des rayons lumineux, la condition $ds = 0$ permet d'aboutir à des équations fort simples. Il est donc naturel de pouvoir les retranscrire dans l'espace euclidien ou même de les déduire d'hypothèses purement euclidiennes en introduisant par exemple un principe variationnel convenablement choisi. C'est le principe de la théorie de Birkhoff qui permet d'expliquer la courbure des rayons lumineux. Il suffit de doter l'espace euclidien d'une propriété physique (ici la polarisation du vide caractérisée par l'indice $n(r)$ qui permettra une réinterprétation de l'écart que la Relativité Générale attribue à une coïncidence géométrique.

L'entreprise est évidemment beaucoup plus difficile au fur et à mesure que la théorie non euclidienne — plus complexe — introduit des éléments de structure plus nombreux dans les équations finales. Une réinterprétation complète de ces éléments (*cf.* par exemple Belinfante) s'avère alors très laborieuse. Il est évident en tout cas qu'elle est alors très arbitraire. Son caractère artificiel manifeste alors aisément qu'une telle interprétation euclidienne n'aurait jamais été conçue si les résultats fournis par la Relativité Générale n'existaient pas.

A cet égard il est certain que le test constitué par l'avance du périhélie

des planètes ou bien encore celui d'un effet gyroscopique spécifiquement relativiste (Schiff) sont supérieurs à tous ceux qui concernent la propagation des rayons lumineux. Plus un test gagne en complexité et permet la vérification expérimentale de conditions plus nombreuses liées aux équations de structure, plus la preuve est favorable à la Relativité Générale en tant que théorie non euclidienne de la gravitation.

b. La vérification quantitative du principe d'équivalence est-elle une preuve de la Relativité Générale en tant que théorie non euclidienne de la gravitation. — Considérons l'exemple classique du disque tournant. Le principe d'équivalence peut être considéré comme la condition nécessaire pour que les observateurs P_0 et $P_i^{(0)}$ du disque $S_{(0)}$ énoncent des propositions cohérentes sur les événements de P .

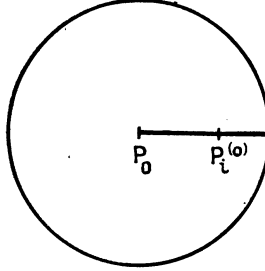


Fig. 13.

Le décalage $\sqrt{1 - \frac{\omega^2 r_i^2}{c^2}}$ observé pour toute horloge située en P_i de S est attribué par $P_i^{(0)}$ à la présence d'un champ d'inertie ($v_i = \omega r_i$), par P_0 à l'existence d'un potentiel de gravitation équivalent $v_i = -\frac{\omega^2 r_i^2}{2}$.

Toutefois, il est facile de constater que cet énoncé heuristique implique *ipso facto* une géométrie non euclidienne dans la variété V_3 , constituée par la surface du disque, variété rendue localement orthogonale aux lignes de temps.

L'intervention d'un potentiel de gravitation dans V_3 se traduit en effet par l'écart entre g_{00} et la valeur minkowskienne. Or, si V_3 était euclidien, il serait possible de choisir un système de coordonnées dans lequel g_{00} serait ramené partout à sa valeur minkowskienne. Dans ce système, par conséquent, le potentiel de gravitation serait partout résorbé. D'autre part, les équations du mouvement qu'on peut former

montrent que g_{00} est effectivement et quantitativement la généralisation du potentiel newtonien de gravitation.

Ainsi tout énoncé du principe d'équivalence qui ignore la Relativité Générale est parfaitement arbitraire. Tout énoncé de ce principe qui nie la Relativité Générale en tant que théorie non euclidienne de la gravitation est absolument insoutenable ⁽²²⁾.

Ce que nous pouvons donc affirmer c'est que le principe d'équivalence est une condition non seulement nécessaire mais aussi suffisante de la Relativité Générale à condition d'entendre par Relativité Générale une géométrisation dont celle de Riemann est, bien entendu, un exemple particulier et, dans une large mesure, arbitraire.

Est-il nécessaire d'ajouter que le succès des tests classiques ou moins classiques ne saurait constituer une expérience cruciale pour le principe d'équivalence comme pour la Relativité Générale ? Il n'est d'expérience cruciale que négative et, si un test peut autoriser une théorie, il ne saurait jamais, en toute rigueur, la prouver. Sinon l'idée de certitude s'introduirait en physique ce qui enlèverait tout le sel de cette science, la réduisant ainsi au rang des mathématiques.

Ceci ne diminue pas bien au contraire le très grand intérêt qui s'attache aux récentes expériences sur le décalage. Il importe que l'une des plus rationnelles des actuelles théories physiques puisse être confrontée avec les données expérimentales les plus significatives pour son bien je l'espère et en tout cas pour le nôtre, ce qui est essentiel.

⁽²²⁾ Tout autre chose est bien entendu d'édifier une théorie euclidienne de la gravitation sans faire appel au principe d'équivalence. Exemple : Théorie de Birkhoff, graviton, etc.