

ANNALES DE L'I. H. P., SECTION A

PAUL KESSLER

**Électro-(ou mu-) production du N^* et facteurs
de forme du vertex γNN^***

Annales de l'I. H. P., section A, tome 3, n° 3-4 (1965), p. 363-385

http://www.numdam.org/item?id=AIHPA_1965__3_3-4_363_0

© Gauthier-Villars, 1965, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de l'I. H. P., section A » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

Electro- (ou mu-) production du N^* et facteurs de forme du vertex γNN^*

par

Paul KESSLER

(Laboratoire de Physique atomique, Collège de France, Paris (*)).

ABSTRACT. — The differential cross section of the reaction



has been calculated with respect to four independent final state parameters. This calculation has been done in an extremely simplified (and yet rigorous) way through a triple factorization procedure. The final expression appears as a very simple function of the three helicity amplitudes which exist for the process $\gamma + N \rightarrow N^*$, and which are themselves linear functions of the three form factors of the γNN^* vertex. The extension of our method to electroproduction of higher baryonic resonances is discussed, and calculations have been done also for those resonances. Finally, we stress the importance of future experiments of electroproduction of the suggested type, with coincidence detection of both outgoing charged particles.

1. INTRODUCTION

Depuis quelques années, une nombreuse littérature théorique [1]-[8] et expérimentale [9]-[11] a été consacrée au processus d'électroproduction de pions :



(*) Le présent travail a bénéficié de l'aide du Commissariat à l'Énergie Atomique.

Parmi les tentatives d'analyse théorique, nous retiendrons en particulier celle d'Abillon [12] : elle consiste à supposer que, pour une énergie interne du système final pion-nucléon voisine de 1 238 MeV (masse de la résonance N_{33}^*), le diagramme de Feynman de la figure 1 joue un rôle prépondérant, tous les autres (notamment les termes de Born) pouvant être négligés. Notons que ce modèle « isobarique » est tout à fait analogue à ceux utilisés

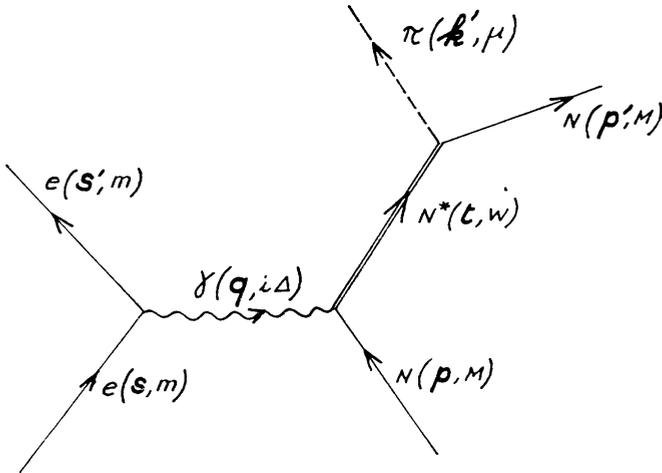


FIG. 1.

très couramment à l'heure actuelle pour l'analyse des processus de production de particules en interactions fortes (voir notamment les travaux de Jackson *et al.* [13]). Remarquons encore qu'un tel modèle devrait en principe être meilleur pour le processus :

$$e + p \rightarrow e + p + \pi^0$$

que pour la réaction :

$$e + p \rightarrow e + n + \pi^+$$

où le terme de Born périphérique pourrait jouer un certain rôle.

Il est évident que c'est l'étude du vertex γNN^* qui fait l'intérêt principal de l'analyse théorique. En postulant une certaine forme du couplage (à savoir le couplage « magnétique dipolaire » introduit par Gourdin et Salin dans leur étude de la photoproduction [14]), Abillon a pu obtenir pour ce vertex, à partir des expériences mentionnées [9]-[11], un facteur de forme électromagnétique dont l'allure est très semblable à celle des facteurs de forme de Hofstadter.

Il faut cependant souligner qu'il s'agit là d'un facteur de forme phénoménologique, dont l'introduction a peut-être partiellement pour effet de masquer certaines contributions (négligées dans le calcul), à savoir :

- celles de processus autres que celui de la figure 1 ;
- celles des couplages autres que le « magnétique dipolaire » de Gourdin et Salin ; en effet, il existe en réalité trois formes de couplage.

Pour en avoir le cœur net, il convient d'envisager la réalisation d'un nouveau type d'expériences ⁽¹⁾ où les mesures porteraient sur les deux particules chargées sortantes détectées en coïncidence (et non pas sur l'électron seul, comme précédemment). De telles mesures nous donneraient 5 paramètres finals, dont 4 suffisent pour reconstituer la cinématique du phénomène.

Avant de passer au calcul des sections efficaces différentielles correspondant à ce genre d'expériences, nous remarquerons que tout ce que nous disons ici sur l'électroproduction est également valable pour la mu-production :

$$\mu + N \rightarrow \mu + N + \pi.$$

En effet à part la différence des masses (différence qui ne joue d'ailleurs plus qu'un rôle négligeable à haute énergie), l'électron et le muon peuvent être considérés, du moins jusqu'à nouvel ordre, comme strictement équivalents du point de vue de l'électrodynamique.

2. CALCUL DE LA SECTION EFFICACE DIFFÉRENTIELLE

En utilisant une méthode de triple factorisation (dont le principe est exposé dans l'appendice I), nous obtenons la formule :

$$\frac{d^3\sigma}{dW^2 d\Delta^2 d\Omega} = \frac{2}{\pi} \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \delta^2} N^{\lambda\lambda'} \Sigma^{\lambda\lambda'} \Lambda'^{\Lambda} \frac{d\Gamma^{\Lambda\Lambda'}}{\Gamma d\Omega}$$

où : W^2 et Δ^2 sont les invariants associés respectivement au N* et au photon :

$$(W^2 = \mathbf{t}^2 = t_0^2 - \vec{t}^2 ; \quad \Delta^2 = -\mathbf{q}^2 = -q_0^2 + \vec{q}^2) ;$$

⁽¹⁾ Une telle expérience a été effectivement réalisée récemment [15], mais seulement à titre d'essai (un seul point a été mesuré). D'autre part, ce type d'expérience est à l'étude depuis plusieurs mois au Laboratoire de Physique Atomique du Collège de France.

Ω est l'angle solide du pion ou du nucléon sortant dans le système de leur centre de masse (système du N^* au repos);

Γ est le taux de désintégration du N^* par unité de temps, taux qui est fonction de W ; sur la couche ($W = M^* = 1\,238$ MeV), Γ est identique à la largeur de raie expérimentale ($\simeq 125$ MeV);

$$\delta = \frac{1}{W}(W^2 - M^{*2}) \simeq 2(W - M^*).$$

Les quantités $N^{\lambda\lambda'}$, $\Sigma^{\lambda\lambda, \Lambda'\Lambda}$, $\frac{d\Gamma^{\Lambda\Lambda'}}{d\Omega}$ se rapportent respectivement aux trois tronçons :

$$e \rightarrow e + \gamma; \quad \gamma + N \rightarrow N^*; \quad N^* \rightarrow N + \pi$$

du processus représenté sur la figure 1 (voir l'appendice I pour la définition précise de ces quantités).

La sommation sur les indices (λ, λ') et (Λ, Λ') est implicite dans la formule. Ces indices se rapportent respectivement à la polarisation du photon intermédiaire et à celle du N^* . Le plus commode est de les définir par rapport à l'axe portant l'impulsion du photon dans le système du N^* au repos (ou du laboratoire, ce qui est équivalent).

Si l'on définit les axes orthogonaux x, y, z de telle façon que z est parallèle à \vec{q} , y perpendiculaire au plan de production, et x orienté de telle façon que $s_x > 0$ (voir fig. 2), les trois vecteurs de polarisation du photon s'écrivent comme suit (composantes t, x, y, z dans l'ordre) :

$$(\lambda = +1) \quad \epsilon_+ = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & i & 0 \end{pmatrix}$$

$$(\lambda = 0) \quad \epsilon_0 = \frac{1}{\Delta} (|\vec{q}| \begin{pmatrix} 0 & 0 & q_0 \end{pmatrix})$$

$$(\lambda = -1) \quad \epsilon_- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -i & 0 \end{pmatrix}.$$

Les quatre spineurs-vecteurs de polarisation du N^* s'écrivent :

$$(\Lambda = +3/2) \quad \mathbf{U}^{3/2} = \epsilon_+ u_+$$

$$(\Lambda = +1/2) \quad \mathbf{U}^{1/2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \epsilon_z u_+ + \sqrt{\frac{1}{3}} \epsilon_+ u_-$$

$$(\Lambda = -1/2) \quad \mathbf{U}^{-1/2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \epsilon_z u_- + \sqrt{\frac{1}{3}} \epsilon_- u_+$$

$$(\Lambda = -3/2) \quad \mathbf{U}^{-3/2} = \epsilon_- u_-$$

Pour le vertex γNN^* , on écrit le couplage le plus général respectant l'invariance de jauge, tel qu'il a été donné par Gourdin et Salin [14] ⁽²⁾ :

$$H = \bar{u}(-i\gamma_5)\left(c_1\gamma_\mu + c_2\frac{t_\mu}{W} + c_3\frac{P_\mu}{M}\right)U_\nu(q^\mu\varepsilon^{*\nu} - q^\nu\varepsilon^{*\mu})\frac{1}{M} + \text{c. h.}$$

où u représente le nucléon initial et ε^μ le photon. c_1 , c_2 et c_3 sont trois facteurs de couplage réels et dépendant de Δ^2 (En fait, ces facteurs varient aussi avec W ; nous négligeons ici cette dépendance vis-à-vis de W , puisque nous admettons que nous nous plaçons au voisinage immédiat de la couche de masse du N^*).

Nous donnons dans l'Appendice II les détails du calcul, tronçon par tronçon. Le résultat se présente sous la forme :

$$\frac{d^3\sigma}{dW^2d\Delta^2d\Omega} = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \delta^2} \times [3r_{33}\sin^2\theta + r_{11}(1 + 3\cos^2\theta) - 2\sqrt{3}r_{31}\sin 2\theta \cos\varphi - 2\sqrt{3}r_{3-1}\sin^2\theta \cos 2\varphi],$$

où θ et φ sont respectivement les angles polaire et azimutal du pion ou du nucléon sortant dans le système du N^* au repos, par rapport à la direction \vec{q} et au demi-plan (\vec{s}, \vec{q}) ; d'autre part :

$$\begin{aligned} r_{33} &= N_{++}C_+^2; & r_{11} &= N_{++}C_0^2 + N_{00}C_0^2; \\ r_{31} &= N_{+0}C_+C_0; & r_{3-1} &= N_{+-}C_+C_- \end{aligned}$$

Les quantités N , qui sont les éléments de matrice du « spectre de photons équivalent » sont définies par :

$$\begin{aligned} N_{++} &= x(a + 1 - \zeta); & N_{00} &= 2xa; \\ N_{+0} &= x\sqrt{(2a + 1)(a - \zeta)}; & N_{+-} &= -x(a - \zeta), \end{aligned}$$

où :

$$\begin{aligned} x &= \frac{\alpha\sqrt{\omega^2 + \Delta^2}}{8\pi M(E^2 - m^2)\Delta^2}; & a &= \frac{4E^2 - 4\omega E - \Delta^2}{2(\omega^2 + \Delta^2)} \\ \zeta &= \frac{2m^2}{\Delta^2}; & E &= s_0^{\text{lab}}; & \omega &= q_0^{\text{lab}} = \frac{W^2 - M^2 + \Delta^2}{2M}. \end{aligned}$$

Les « amplitudes d'hélicité » C sont données en fonction des facteurs de couplage c par :

$$\begin{aligned} C_+ &= -\sqrt{3}y[c_1(W + M) + c_2(W - \eta M) + c_3(\eta W - M)] \\ C_0 &= \sqrt{2}y\Delta(c_1 + c_2 + c_3\eta) \\ C_- &= y[c_1(2\eta M + M - W) - c_2(W - \eta M) - c_3(\eta W - M)], \end{aligned}$$

⁽²⁾ De légères différences de notation par rapport à ces auteurs sont dues à l'emploi d'une métrique différente.

où .

$$\eta = \frac{W^2 + M^2 + \Delta^2}{2MW}; \quad y = \sqrt{\frac{\pi}{12}} \left(\frac{\eta - 1}{\eta + 1} \right)^{1/4} \frac{1}{M\sqrt{W}}.$$

Il reste à multiplier notre résultat par un facteur de spin isotopique (2/3 pour $e + p \rightarrow e + p + \pi^0$, 1/3 pour $e + p \rightarrow e + n + \pi^+$).

3. DISCUSSION ET CONCLUSION

La confrontation entre notre résultat de calcul et les résultats expérimentaux futurs devrait permettre en premier lieu de tester le modèle isobarique employé. Si l'on dispose d'une statistique suffisante pour déterminer les distributions angulaires en θ , φ à W et Δ fixes, l'expérience devrait déterminer, si notre modèle est valable, les quatre paramètres r_{33} , r_{11} , r_{31} et r_{3-1} avec l'erreur la plus faible possible sur chacun d'eux.

Dans l'hypothèse optimiste où ce test serait positif pour toute valeur du transfert Δ , la connaissance des quatre paramètres r permet de déterminer les trois amplitudes d'hélicité C_+ , C_0 , C_- ; on a ici un paramètre redondant, ce qui fournit encore un test de validité.

Des trois amplitudes C , on passe ensuite aux trois facteurs de couplage c . Il convient de noter que cette opération est équivalente, à très peu de chose près, à celle qui consiste à passer, dans la diffusion élastique électron-nucléon, des facteurs de forme G_E et G_M aux facteurs de forme F_1 et F_2 .

On pourra alors vérifier l'hypothèse du couplage « magnétique dipolaire », d'ailleurs formulée différemment suivant les auteurs : la formulation de Gourdin et Salin [14], reprise par Jouvét *et al.* [16] et Jackson *et al.* [13], consiste à faire : $c_1 \neq 0$, $c_2 \simeq 0$, $c_3 \simeq 0$. Celle de Stodolsky et Sakurai [17], par contre, consiste à faire : $c_2 = -c_1$, $c_3 = 0$, ce qui entraîne : $C_0 = 0$ (aucune contribution des photons d'hélicité nulle). Notons en passant que ces divers auteurs considèrent que l'interaction ρNN^* fait intervenir le même type de couplage que γNN^* .

Notre résultat permet de se rendre compte immédiatement pourquoi les expériences d'électroproduction « simples » (avec mesure de l'électron sortant seulement) sont insuffisantes. Ces expériences correspondent à une section efficace intégrée sur Ω , c'est-à-dire :

$$\frac{d^2\sigma}{dW^2 d\Delta^2} = \frac{4}{\pi} \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \delta^2} (r_{33} + r_{11}) = \frac{4}{\pi} \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \delta^2} [N_{++}(C_+^2 + C_-^2) + N_{00}C_0^2].$$

En répétant de telles expériences à plusieurs énergies différentes de l'électron incident, on peut espérer obtenir séparément les quan-

tités ($C_+^2 + C_-^2$) et C_0^2 ; mais ceci est de toute façon insuffisant pour isoler les trois facteurs de couplage c_1 , c_2 et c_3 . En outre, la formule ci-dessus est en réalité plus générale que le modèle ⁽³⁾ et ne permet donc pas de le tester.

Passant maintenant à l'aspect théorique de notre calcul, nous voulons souligner une fois de plus (voir [19] [20]) les avantages des méthodes de factorisation, c'est-à-dire de découpage des diagrammes de Feynman en plusieurs tronçons calculés séparément :

a) Clarification et simplification du calcul, d'où un gain très considérable de temps et d'effort, un moindre risque d'erreurs, et une mise en forme directe du résultat final en vue de son exploitation.

b) Le calcul doit permettre une interprétation physique plus complète des résultats expérimentaux, puisqu'il fait intervenir les états de polarisation des particules intermédiaires.

c) Chaque tronçon isolé peut éventuellement resservir dans d'autres calculs, concernant des processus globalement différents. Par exemple, le calcul des sections efficaces différentielles des réactions :

$$\gamma + N \rightarrow (N^*) \rightarrow N + \pi$$

$$\pi + N \rightarrow (\pi + N^*) \rightarrow N + 2\pi$$

$$K + N \rightarrow (K + N^*) \rightarrow N + K + \pi$$

(les deux dernières faisant intervenir l'échange d'un ρ), est pratiquement instantané à partir de notre résultat pour l'électroproduction. Nous renvoyons à l'Appendice III pour ce calcul.

Nous ajouterons une remarque concernant l'extension de notre méthode au calcul de l'électroproduction des résonances supérieures N_{13}^* , N_{15}^* , N_{37}^* . Bien entendu, nous savons *a priori* que le modèle isobarique est moins réaliste pour ces résonances que pour la première; néanmoins, il ne nous paraît pas trop hasardeux d'estimer (par analogie avec ce que l'on fait généralement pour les réactions de production en interactions fortes) que là encore le modèle isobarique peut servir de base pour donner des prédictions au moins qualitatives.

⁽³⁾ Une formule du type :

$$\frac{dW^2 d\Delta^2}{d^2\sigma} = N_{\perp} \sigma'_{\perp} + N_{//} \sigma'_{//}$$

(indices \perp et $//$ pour la polarisation transversale et longitudinale du photon, respectivement) peut en réalité s'écrire pour n'importe quel processus inélastique où l'électron est seul mesuré (voir par exemple [18]).

En adoptant donc ce modèle, on peut remarquer facilement que la « structure » du calcul du tronçon :

$$\gamma + N \rightarrow N^*$$

reste toujours la même, quelle que soit la résonance concernée. Il n'existe chaque fois pour ce tronçon que trois amplitudes d'hélicité C_+ , C_0 , C_- , correspondant respectivement aux transitions :

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{2} &\rightarrow \frac{3}{2} \\ 0 + \frac{1}{2} &\rightarrow \frac{1}{2} \\ -1 + \frac{1}{2} &\rightarrow -\frac{1}{2}, \end{aligned}$$

les 3 quantités désignant chaque fois les composantes de spin des trois particules sur l'axe des impulsions (dans le système du N^* au repos ou du laboratoire). On peut montrer par ailleurs que les types de couplage possibles pour ce vertex, compte tenu de l'invariance de jauge, sont toujours limités à trois.

En passant d'une résonance à l'autre, les seuls changements qui interviennent dans le résultat sont les suivants :

- la dépendance en θ et φ est modifiée;
- les amplitudes d'hélicité C_+ , C_0 , C_- sont des combinaisons linéaires différentes des facteurs de couplage c_1 , c_2 , c_3 .

Les résultats relatifs à l'électroproduction des résonances supérieures sont donnés dans l'Appendice IV.

Pour finir, nous insisterons sur la grande richesse d'informations que l'on devrait pouvoir tirer de ce type d'expériences; richesse qui à nos yeux devrait justifier largement l'effort technique exigé par les mesures en coïncidence. Soulignons que :

a) Ici, une seule expérience, balayant un domaine suffisamment vaste de Δ^2 et W^2 , pourrait permettre de dégager (dans la limite de la validité du modèle) tous les facteurs de forme électromagnétiques des vertex γNN^* correspondant aux différentes résonances; rappelons qu'en diffusion élastique électron-proton, il faut deux expériences pour déterminer séparément les facteurs de forme électrique et magnétique du vertex γNN .

b) Pour les résonances N_{33}^* et N_{37}^* , le couplage γNN^* est isovectoriel pur, ce qui devrait simplifier considérablement l'analyse théorique des facteurs de forme correspondants.

c) Etant donné la « chute de masse » entre les résonances baryoniques et le nucléon, il existe une possibilité d'envisager des expériences qui per-

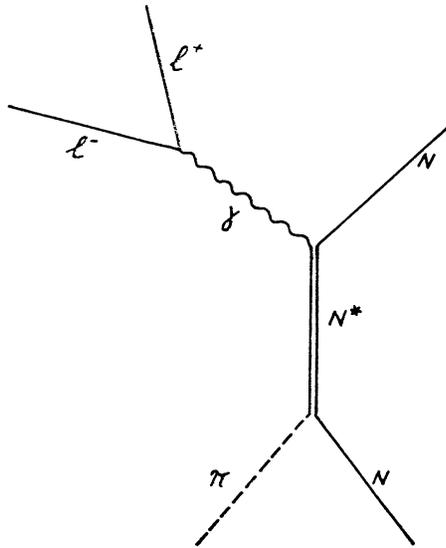


FIG. 3.

mettent d'extrapoler les facteurs de forme des différents vertex γNN^* dans le domaine où le photon est du genre temps. Il s'agit d'expériences du type (voir fig. 3) :



Malgré les difficultés de réalisation et d'analyse de telles expériences, il n'est pas interdit d'espérer obtenir un jour de cette manière une série de facteurs de forme électromagnétiques dans le domaine du genre temps, depuis le cône de lumière jusqu'à la région des résonances ρ et ω , et au-delà. Cette perspective d'extrapolation augmente encore l'intérêt des expériences d'électroproduction.

d) Enfin, comme cela a été souligné récemment [21], l'électroproduction apparaît, d'une manière générale, comme l'une des techniques les plus importantes dont on dispose pour déterminer les propriétés dynamiques des résonances baryoniques. Par rapport aux expériences de production réalisées avec les particules à interaction forte (π , K , N , etc.), l'électroproduction présente l'avantage d'être beaucoup plus simple à analyser, étant donné que l'on connaît parfaitement la particule échangée, en l'occurrence le photon.

L'auteur désire remercier M. B. Jovet qui l'a beaucoup stimulé dans ce travail par de nombreuses et intéressantes discussions; ainsi que M. R. Lachaux qui l'a aidé à éclaircir certains points.

APPENDICE I

PRINCIPE DE LA TRIPLE FACTORISATION

Nous avons démontré dans un travail précédent [19] le principe de la factorisation qui s'applique lorsqu'un processus global ($a b$) peut se décomposer en deux processus plus élémentaires (a) et (b) (fig. 4). Rappelons brièvement cette démonstration.

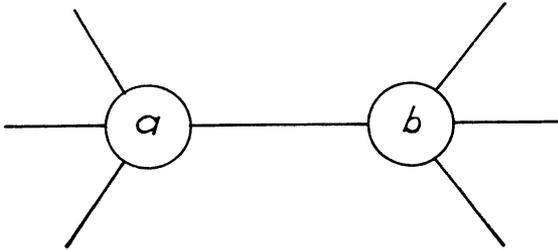


FIG. 4.

On a pour l'élément de matrice S du processus global :

$$S_{ab} = S_a S_b^*$$

Si l'on introduit les états de spin (caractérisés par un paramètre λ) de la particule intermédiaire ⁽¹⁾ on peut encore écrire ⁽²⁾ :

$$S_{ab} = S_a^\lambda S_b^{\lambda*}$$

Faisant :

$$\Phi_{ab} = S_{ab} S_{ab}^*, \quad \Phi_a = S_a S_a^*, \quad \Phi_b = S_b S_b^*$$

on a :

$$\begin{aligned} \Phi_{ab} &= (S_a^\lambda S_b^{\lambda*}) (S_b^{\lambda'} S_a^{\lambda'*}) \\ &= (S_a^\lambda S_a^{\lambda'*}) (S_b^{\lambda'} S_b^{\lambda'*}) \\ &= \Phi_a^{\lambda\lambda'} \Phi_b^{\lambda'\lambda} = \text{Tr} (\Phi_a \cdot \Phi_b), \end{aligned}$$

Φ_a et Φ_b étant deux matrices de polarisation.

On généralise facilement au cas d'un processus global ($a b c$) pouvant se découper en trois tronçons (a), (b), (c) (fig. 5). On obtient :

$$\Phi_{abc} = \Phi_a^{\lambda\lambda'} \Phi_b^{\lambda'\lambda, \Lambda'\Lambda} \Phi_c^{\Lambda\Lambda'}$$

⁽¹⁾ Dans le cas général, il faut faire attention ici à la différence entre propagateur d'une particule virtuelle et projecteur d'une particule physique, le premier pouvant impliquer d'avantage d'états de spin que le second. Dans les deux cas à considérer ici (N* sur sa couche de masse, et photon obéissant à l'invariance de jauge), la question ne se pose pas.

⁽²⁾ La sommation sur les indices de spin sera implicite dans toutes les formules de factorisation qui suivent.

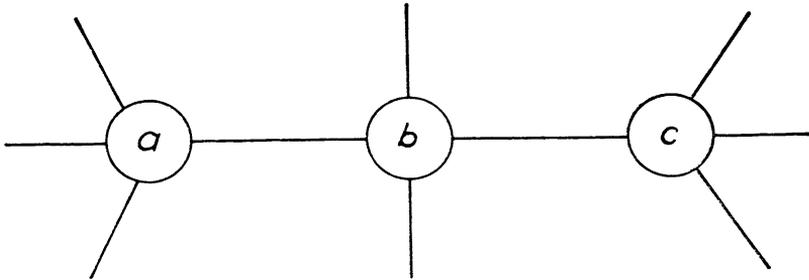


FIG. 5.

$\lambda(\lambda')$ et $\Lambda(\Lambda')$ étant respectivement les indices relatifs aux états de spin de la première et de la seconde particule intermédiaire.

Pour passer des quantités Φ aux sections efficaces, il faut encore multiplier par les facteurs cinématiques, et par les dénominateurs du type Breit-Wigner contenant les pôles des particules intermédiaires. Dans le cas du découpage en deux tronçons, si la particule intermédiaire est du genre temps (notamment, si c'est une résonance), on obtient [19] la formule :

$$\frac{d\sigma_{ab}}{d\Omega} = \int \frac{1}{2\pi d} \sigma_a^{\lambda\lambda'} \frac{d\Gamma_b^{\lambda'\lambda}}{d\Omega} dW,$$

où : Ω est l'angle solide de l'une des particules émises dans le processus b ;

$W = \sqrt{t^2}$, si t est la quadri-impulsion de la particule intermédiaire ;

Γ_b est le taux de désintégration par unité de temps, correspondant au processus (b) ;

$$d = \frac{1}{4W^2} (W^2 - W_0^2)^2 + \frac{\Gamma^2}{4},$$

où W_0 correspond au pôle de la particule intermédiaire et Γ à son taux de désintégration total par unité de temps (c'est aussi la « largeur » pour une résonance).

Lorsque W est une quantité fixée dans la réaction, σ_a contient une fonction δ de Dirac et l'intégration sur W est purement formelle. Il est alors commode de faire :

$$\Sigma_a^{\lambda\lambda'} = \int \sigma_a^{\lambda\lambda'} dW,$$

d'où :

$$\frac{d\sigma_{ab}}{d\Omega} = \frac{1}{2\pi d} \Sigma_a^{\lambda\lambda'} \frac{d\Gamma_b^{\lambda'\lambda}}{d\Omega}.$$

Si nous considérons maintenant le cas où la particule intermédiaire est un photon du genre espace, on peut écrire :

$$\frac{d^2\sigma_{ab}}{d\Delta^2 dW^2} = N_a^{\lambda\lambda'} \sigma_b^{\lambda'\lambda},$$

où $N_a^{\lambda'\lambda}$ est défini comme la matrice « spectre de photons équivalent » ⁽³⁾;
 $\Delta^2 = -q^2$, q étant la quadri-impulsion du photon; W est l'énergie totale dans
 le système du centre de masse pour le processus (b).

Pour la réaction qui nous intéresse (fig. 1), nous avons finalement :

$$\frac{d^3\sigma_{abc}}{d\Delta^2 dW^2 d\Omega} = N_a^{\lambda\lambda'} \frac{d\sigma_{bc}^{\lambda'\lambda}}{d\Omega} = \frac{1}{2\pi d} N_a^{\lambda\lambda'} \Sigma_b^{\lambda'\lambda, \Lambda'\Lambda} \frac{d\Gamma_c^{\Lambda\Lambda'}}{d\Omega} = \frac{\Gamma_c}{2\pi d} N_a^{\lambda\lambda'} \Sigma_b^{\lambda'\lambda, \Lambda'\Lambda} \frac{d\Gamma_c^{\Lambda\Lambda'}}{\Gamma_c d\Omega}.$$

⁽³⁾ Cette expression est utilisée couramment dans les méthodes d'approximation du type Williams-Weizsäcker; ici, il s'agit toutefois d'un calcul exact (pour plus de détails, voir [18]).

APPENDICE II

DÉTAILS DU CALCUL

Nous donnons successivement les calculs des trois tronçons (c), (a), (b) de la figure 6, c'est-à-dire des facteurs :

$$\frac{d\Gamma^{\Lambda\Lambda'}}{\Gamma d\Omega}, \quad N\lambda\lambda' \quad \text{et} \quad \Sigma\lambda'\lambda, \Lambda'\Lambda.$$

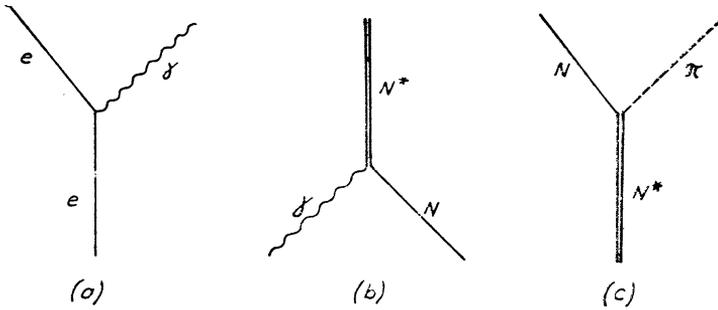


FIG. 6.

1° Calcul de $d\Gamma^{\Lambda\Lambda'}/\Gamma d\Omega$.

La normalisation de cette quantité matricielle est extrêmement simple, car on doit avoir :

$$\int \frac{d\Gamma^{\Lambda\Lambda'}}{\Gamma d\Omega} d\Omega = \delta_{\Lambda\Lambda'}.$$

Le couplage étant :

$$H_{N^*N\pi} \propto \bar{u}' k'_\mu U^\mu,$$

et en définissant les axes de coordonnées, les angles (θ, φ) et les vecteurs de polarisation (qui interviennent dans l'expression des spineurs-vecteurs U^Λ) comme au chapitre II, on obtient :

$$\frac{d\Gamma^{\Lambda\Lambda'}}{\Gamma d\Omega} = \frac{1}{8\pi} \begin{pmatrix} 3 \sin^2 \theta & -\sqrt{3} \sin 2\theta e^{i\varphi} & -\sqrt{3} \sin^2 \theta e^{2i\varphi} & 0 \\ -\sqrt{3} \sin 2\theta e^{-i\varphi} & 1 + 3 \cos^2 \theta & 0 & -\sqrt{3} \sin^2 \theta e^{2i\varphi} \\ -\sqrt{3} \sin^2 \theta e^{-2i\varphi} & 0 & 1 + 3 \cos^2 \theta & \sqrt{3} \sin 2\theta e^{i\varphi} \\ 0 & -\sqrt{3} \sin^2 \theta e^{-2i\varphi} & \sqrt{3} \sin 2\theta e^{-i\varphi} & 3 \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

les indices des lignes et des colonnes étant dans l'ordre $\Lambda(\Lambda') = 3/2, 1/2, -1/2, -3/2$.

2° Calcul de $N^{\lambda\lambda'}$.

On définit un « courant d'hélicité » pour le vertex $ee\gamma$:

$$j^\lambda = \bar{w}' \gamma^\mu w \epsilon_\mu^{\lambda*}$$

où w, w' sont les spineurs correspondant à l'électron entrant et sortant (normalisés par exemple de façon que $\bar{w}w = \bar{w}'w' = 2m$), et les ϵ^λ sont les quadrivecteurs de polarisation du photon définis au chapitre II.

On peut poser :

$$\begin{aligned} \Gamma^{\lambda\lambda'} &= \frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} j^\lambda j^{\lambda'*} = \frac{1}{2} \text{Tr} [(s' \cdot \gamma + m) \gamma^\mu (s \cdot \gamma + m) \gamma^\nu] \epsilon_\mu^{\lambda*} \epsilon_\nu^{\lambda'} \\ &= 4(s \cdot \epsilon^{\lambda*})(s \cdot \epsilon^{\lambda'}) - (-)^{\lambda} \Delta^2 \delta^{\lambda\lambda'}. \end{aligned}$$

On obtient la matrice :

$$\Gamma^{\lambda\lambda'} = \begin{pmatrix} \Gamma_{++} & \Gamma_{+0} & \Gamma_{+-} \\ \Gamma_{+0} & \Gamma_{00} & -\Gamma_{+0} \\ \Gamma_{+-} & -\Gamma_{+0} & \Gamma_{++} \end{pmatrix}$$

où les lignes et les colonnes sont indexées dans l'ordre $\lambda(\lambda') = +1, 0, -1$, et où les expressions des différents éléments de matrice sont :

$$\begin{aligned} \Gamma_{++} &= \Delta^2(a + 1 - \zeta); & \Gamma_{+0} &= -\Delta^2 \sqrt{(2a + 1)(a - \zeta)}; \\ \Gamma_{+-} &= -\Delta^2(a - \zeta); & \Gamma_{00} &= 2\Delta^2 a, \end{aligned}$$

a et ζ étant définis comme au chapitre II.

La matrice « spectre de photons équivalents » s'obtient facilement (voir [18]) :

$$N^{\lambda\lambda'} = \frac{\alpha}{8\pi} \frac{\sqrt{\omega^2 + \Delta^2}}{M(E^2 - m^2)\Delta^4} \Gamma^{\lambda\lambda'}(-)^{\lambda+\lambda'},$$

d'où :

$$N^{\lambda\lambda'} = \begin{pmatrix} N_{++} & N_{+0} & N_{+-} \\ N_{+0} & N_{00} & -N_{+0} \\ N_{+-} & -N_{+0} & N_{++} \end{pmatrix}$$

avec les valeurs des éléments de matrice $N_{++}, N_{+0}, N_{+-}, N_{00}$ données au chapitre II.

3° Calcul de $\Sigma^{\lambda'\lambda, \Lambda'\Lambda}$.

Nous définissons pour le processus $\gamma + N \rightarrow N^*$ des amplitudes C normalisées de telle façon que :

$$\Sigma^{\lambda'\lambda, \Lambda'\Lambda} = C^{\lambda'\Lambda'} C^{\lambda\Lambda*}.$$

La conservation de la projection du spin total sur l'axe des impulsions z s'exprime par :

$$\lambda + \kappa = \Lambda,$$

κ étant la composante de spin du nucléon sur l'axe z .

D'autre part, compte tenu des propriétés des amplitudes d'hélicité (voir par exemple [22]), on a ici :

$$C(\lambda, \kappa, \Lambda) = -C(-\lambda, -\kappa, -\Lambda).$$

Il n'existe donc pour ce processus que trois amplitudes différentes, que nous pouvons appeler C_+ , C_0 , C_- et qui correspondent aux trois cas ci-dessous :

	λ	κ	Λ
$\pm C_+$:	± 1	$\pm 1/2$	$\pm 3/2$
$\pm C_0$:	0	$\pm 1/2$	$\pm 1/2$
$\pm C_-$:	∓ 1	$\pm 1/2$	$\mp 1/2$

Ces trois amplitudes se calculent facilement à partir du couplage général :

$$H = \bar{u}(-i\gamma_5) \left(c_1 \gamma_\mu + c_2 \frac{t_\mu}{W} + c_3 \frac{p_\mu}{M} \right) U_\nu (q^\mu \varepsilon^{\nu*} - q^\nu \varepsilon^{\mu*}) \frac{1}{M}$$

pour donner les expressions (fonctions linéaires de c_1 , c_2 et c_3) qui figurent à la fin du chapitre II. Les coefficients de couplage c étant réels, les amplitudes C obtenues sont elles-mêmes réelles.

Revenant à $\Sigma^{\lambda'\lambda, \Lambda'\Lambda}$, on voit que, parmi les 144 éléments de ce tenseur, seulement 18 sont non nuls, à savoir ceux du type $\Sigma^{\lambda'\lambda, \lambda' \pm 1/2/\lambda \pm 1/2}$ (compte tenu du fait que les amplitudes correspondant à $\kappa = +1/2$ et $\kappa = -1/2$ n'interfèrent pas).

Ces 18 éléments non nuls s'obtiennent de façon immédiate à partir des amplitudes C :

$$\begin{aligned} \Sigma^{\pm 1 \pm 1, \pm 3/2 \pm 3/2} &= C_+^2 \\ \Sigma^{\pm 1 0, \pm 3/2 \pm 1/2} &= \Sigma^{0 \pm 1, \pm 1/2 \pm 3/2} = C_+ C_0 \\ \Sigma^{\pm 1 \mp 1, \pm 3/2 \mp 1/2} &= \Sigma^{\mp 1 \pm 1, \mp 1/2 \pm 3/2} = C_+ C_- \\ \Sigma^{00, \pm 1/2 \pm 1/2} &= C_0^2 \\ \Sigma^{0 \mp 1, \pm 1/2 \mp 1/2} &= \Sigma^{\mp 1 0, \mp 1/2 \pm 1/2} = C_0 C_- \\ \Sigma^{\mp 1 \mp 1, \mp 1/2 \mp 1/2} &= C_-^2 \end{aligned}$$

Si l'on associe maintenant les tronçons (a) et (b) du calcul global, on obtient la matrice de polarisation du N^* produit dans la réaction $e + N \rightarrow e + N^*$:

$$N\lambda\lambda' \Sigma^{\lambda\lambda, \Lambda'\Lambda} = \begin{pmatrix} r_{33} & r_{31} & r_{3-1} & 0 \\ r_{31} & r_{11} & 0 & r_{3-1} \\ r_{3-1} & 0 & r_{11} & -r_{31} \\ 0 & r_{3-1} & -r_{31} & r_{33} \end{pmatrix}$$

où les lignes et les colonnes sont indexées dans l'ordre : $\Lambda(\Lambda') = +3/2, +1/2, -1/2, -3/2$; et où les éléments de matrice r sont ceux définis au chapitre II.

Il suffit maintenant de faire la trace du produit de cette matrice par $d\Gamma^{\Lambda\Lambda'}/\Gamma d\Omega$ pour obtenir le résultat final.

APPENDICE III

a) Passage à la photoproduction (fig. 7).

Pour des photons libres non polarisés, la matrice $N^{\lambda\lambda'}$ se trouve remplacée par la matrice :

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

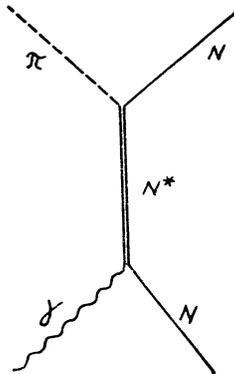


FIG. 7.

et d'autre part $d^3\sigma/dW^2d\Delta^2d\Omega$ est remplacé simplement par $d\sigma/d\Omega$. D'où le résultat :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + \delta^2} [3C_+^2 \sin^2 \theta + C_-^2 (1 + 3 \cos^2 \theta)].$$

Bien entendu, il faut faire $\Delta = 0$ dans l'expression de C_+ et C_- .

b) Passage à la π^- (ou K^-) production avec échange d'un ρ (fig. 8).

Au vertex de gauche, le couplage $\bar{w}'\gamma_\mu w \varepsilon^\mu$ est maintenant remplacé par $(s_\mu + s'_\mu)\varepsilon^\mu$. Il en résulte des expressions légèrement modifiées pour les éléments de matrice N :

$$N_{++} = -N_{+-} = x(a - \zeta); \quad N_{00} = x(2a + 1); \\ N_{-0} = x\sqrt{(2a + 1)(a - \zeta)}.$$

D'autre part, le propagateur du photon étant remplacé par celui du ρ , x devient :

$$x = \frac{\alpha'}{8\pi} \frac{\sqrt{\omega^2 + \Delta^2}}{M(E^2 - m^2)} \frac{\Delta^2}{(\Delta^2 + m_\rho^2)^2} \left(\alpha' = \frac{g_{\pi\pi\rho}^2}{4\pi} \text{ ou } \frac{g_{KK\rho}^2}{4\pi} \right).$$

Rien d'autre n'est modifié (à part le fait que c_1, c_2, c_3 auront maintenant des valeurs différentes).

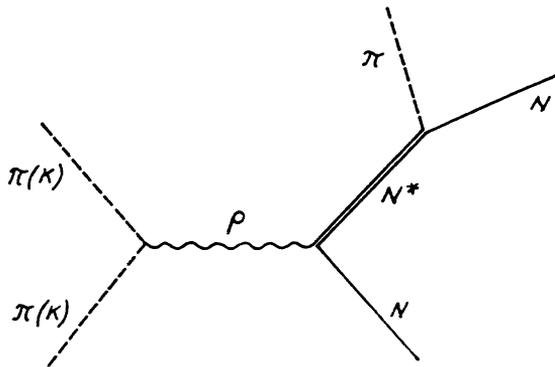


FIG. 8.

APPFNDICE IV

ÉLECTROPRODUCTION DES RÉSONANCES SUPÉRIEURES

1° Production du N_{13}^* (1512).

C'est une résonance $3/2^-$. Elle est représentée par les mêmes spineurs-vecteurs que la résonance $3/2^+$. Les couplages sont ici :

$$H_{\pi NN^*} \propto \bar{u}'(-i\gamma_5)k'_\mu U^\mu$$

$$H_{\gamma NN^*} = \bar{u}X_\mu U_\nu(q^\mu \varepsilon^{*\nu} - q^\nu \varepsilon^{*\mu}) \frac{1}{M}$$

où :

$$X_\mu = c_1 \gamma_\mu + c_2 \frac{t_\mu}{W} + c_3 \frac{p_\mu}{M}.$$

Les tronçons (a) et (c) du calcul, c'est-à-dire les matrices $N^{\lambda\lambda'}$ et $\frac{d\Gamma^{\Lambda\Lambda'}}{\Gamma_c d\Omega}$, ne sont pas modifiés par rapport au calcul précédent. Seules changent les amplitudes d'hélicité relatives au vertex γNN^* ; celles-ci deviennent :

$$C_+^{(3/2^-)} = -\sqrt{3}y'[c_1(W - M) + c_2(W - \eta M) + c_3(\eta W - M)]$$

$$C_0^{(3/2^-)} = \sqrt{2}y'\Delta(c_1 + c_2 + c_3\eta)$$

$$C_-^{(3/2^-)} = y'[c_1(2\eta M - M - W) - c_2(W - \eta M) - c_3(\eta W - M)]$$

où :

$$y' = \sqrt{\frac{\pi}{12}} \left(\frac{\eta + 1}{\eta - 1}\right)^{1/4} \frac{1}{M\sqrt{W}}.$$

On note qu'ici l'on a :

$$C(-\lambda, -\alpha, -\Lambda) = +C(\lambda, \alpha, \Lambda).$$

Le résultat est :

$$\frac{d^3\sigma}{dW^2 d\Delta^2 d\Omega} = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\Gamma_\pi}{\Gamma^2 + \delta^2} [3r_{33} \sin^2 \theta + r_{11}(1 + 3 \cos^2 \theta) - 2\sqrt{3}r_{31} \sin 2\theta \cos \varphi - 2\sqrt{3}r_{3-1} \sin^2 \theta \cos 2\varphi],$$

où Γ_π est la largeur partielle pour la voie $N_{13}^* \rightarrow N + \pi$. Les quantités r sont définies comme précédemment, les seules modifications portant sur les amplitudes C .

Le facteur multiplicatif de spin isotopique est ici $\frac{1}{3}$ pour l'émission de π^0 et $\frac{2}{3}$ pour l'émission de π^\pm .

2° Production du N_{15}^* (1688).

C'est une résonance $5/2^+$. Elle se représente par les six spineurs-tenseurs :

$$\begin{aligned} U_{\mu\nu}^{5/2} &= U_{\mu}^{3/2} \varepsilon_{+\nu} \\ U_{\mu\nu}^{3/2} &= \sqrt{\frac{2}{5}} U_{\mu}^{3/2} \varepsilon_{z\nu} + \sqrt{\frac{3}{5}} U_{\mu}^{1/2} \varepsilon_{+\nu} \\ U_{\mu\nu}^{1/2} &= \sqrt{\frac{1}{10}} U_{\mu}^{3/2} \varepsilon_{-\nu} + \sqrt{\frac{3}{5}} U_{\mu}^{1/2} \varepsilon_{z\nu} + \sqrt{\frac{3}{10}} U_{\mu}^{-1/2} \varepsilon_{+\nu} \\ U_{\mu\nu}^{-1/2} &= \sqrt{\frac{3}{10}} U_{\mu}^{1/2} \varepsilon_{-\nu} + \sqrt{\frac{3}{5}} U_{\mu}^{-1/2} \varepsilon_{z\nu} + \sqrt{\frac{1}{10}} U_{\mu}^{-3/2} \varepsilon_{+\nu} \\ U_{\mu\nu}^{-5/2} &= \sqrt{\frac{3}{5}} U_{\mu}^{-1/2} \varepsilon_{-\nu} + \sqrt{\frac{2}{5}} U_{\mu}^{-3/2} \varepsilon_{z\nu} \\ U_{\mu\nu}^{-5/2} &= U_{\mu}^{-3/2} \varepsilon_{-\nu} \end{aligned}$$

où l'indice supérieur est relatif à la composante du spin sur l'axe z ; U_{μ} et ε_{ν} représentent les particules de spin $3/2$ et 1 , respectivement.

Les couplages sont :

$$\begin{aligned} H_{\pi NN^*} &\propto \bar{u}'(-i\gamma_5)k'_{\mu}k'_{\nu}U^{\mu\nu} \\ H_{\gamma NN^*} &= \bar{u}\chi_{\mu}U_{\nu\rho}(q^{\mu}\varepsilon^{*\nu} - q^{\nu}\varepsilon^{*\mu})q^{\rho} \cdot \frac{1}{M^2}. \end{aligned}$$

La matrice $N_{\lambda\lambda'}$ n'est pas modifiée par rapport aux calculs précédents. Le calcul du tronçon (c) donne :

$$\frac{d\Gamma_{\pi}}{\Gamma_{\pi}d\Omega} = \frac{3}{32\pi} \begin{pmatrix} s_{33} & s_{31}\xi & s_{3-1}\xi^2 & 0 \\ s_{31}\xi^{-1} & s_{11} & 0 & s_{3-1}\xi^2 \\ s_{3-1}\xi^{-2} & 0 & s_{11} & -s_{31}\xi \\ 0 & s_{3-1}\xi^{-2} & -s_{31}\xi^{-1} & s_{33} \end{pmatrix}$$

où :

$$\begin{aligned} \xi &= e^{i\varphi} \\ s_{33} &= \sin^2 \theta (1 + 15 \cos^2 \theta) \\ s_{11} &= 2(1 - 2 \cos^2 \theta + 5 \cos^4 \theta) \\ s_{31} &= \sqrt{2} \sin 2\theta(1 - 5 \cos^2 \theta) \\ s_{3-1} &= -\sqrt{2} \sin^2 \theta(1 + 5 \cos^2 \theta). \end{aligned}$$

D'autre part, les expressions des amplitudes d'hélicité pour le vertex γNN^* se déduisent ici (à cause de l'analogie de forme du couplage) de façon extrêmement simple de celles déjà calculées pour la résonance $3/2^-$:

$$\begin{aligned} C_{+}^{(5/2+)} &\leftarrow -\sqrt{\frac{2}{5}} \sqrt{\eta^2 - 1} C_{+}^{(3/2-)} \\ C_{0}^{(5/2+)} &\leftarrow -\sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{\eta^2 - 1} C_{0}^{(3/2-)} \\ C_{-}^{(5/2+)} &\leftarrow -\sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{\eta^2 - 1} C_{-}^{(3/2-)} \end{aligned}$$

(Nous utilisons le signe \leftarrow pour indiquer qu'il s'agit d'une identité formelle des expressions, non d'une égalité quantitative).

Notons qu'ici encore :

$$C(-\lambda, -\kappa, -\Lambda) = C(\lambda, \kappa, \Lambda).$$

Le résultat est :

$$\frac{d^3\sigma}{dW^2 d\Delta^2 d\Omega} = \frac{3}{8\pi^2} \frac{\Gamma_\pi}{\Gamma^2 + \delta^2} \times (r_{33} s_{33} + r_{11} s_{11} + 2r_{31} s_{31} \cos \varphi + 2r_{3-1} s_{3-1} \cos 2\varphi)$$

où les quantités r sont définies comme précédemment (avec les amplitudes C que nous venons de donner). Le facteur de spin isotopique est $1/3$ pour l'émission de π^0 , $2/3$ pour l'émission de π^+ .

3° Production du N_{37}^* (1920).

C'est une résonance $7/2^+$. Pour la représenter par des spineurs-tenseurs $U_{\mu\nu\rho}$, on se sert des représentations déjà établies pour les particules de spin $5/2$ et 1 :

$$U_{\mu\nu\rho}^{7/2} = U_{\mu\nu}^{5/2} \varepsilon_{+\rho}$$

$$U_{\mu\nu\rho}^{5/2} = \sqrt{\frac{2}{7}} U_{\mu\nu}^{5/2} \varepsilon_{z\rho} + \sqrt{\frac{5}{7}} U_{\mu\nu}^{3/2} \varepsilon_{+\rho}$$

$$U_{\mu\nu\rho}^{3/2} = \sqrt{\frac{1}{21}} U_{\mu\nu}^{5/2} \varepsilon_{-\rho} + \sqrt{\frac{10}{21}} U_{\mu\nu}^{3/2} \varepsilon_{z\rho} + \sqrt{\frac{10}{21}} U_{\mu\nu}^{1/2} \varepsilon_{+\rho}$$

$$U_{\mu\nu\rho}^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{7}} U_{\mu\nu}^{3/2} \varepsilon_{-\rho} + \sqrt{\frac{4}{7}} U_{\mu\nu}^{1/2} \varepsilon_{z\rho} + \sqrt{\frac{2}{7}} U_{\mu\nu}^{-1/2} \varepsilon_{+\rho}$$

$$U_{\mu\nu\rho}^{-3/2} = \sqrt{\frac{2}{7}} U_{\mu\nu}^{1/2} \varepsilon_{-\rho} + \sqrt{\frac{4}{7}} U_{\mu\nu}^{-1/2} \varepsilon_{z\rho} + \sqrt{\frac{1}{7}} U_{\mu\nu}^{-3/2} \varepsilon_{+\rho}$$

$$U_{\mu\nu\rho}^{-5/2} = \sqrt{\frac{10}{21}} U_{\mu\nu}^{-1/2} \varepsilon_{-\rho} + \sqrt{\frac{10}{21}} U_{\mu\nu}^{-3/2} \varepsilon_{z\rho} + \sqrt{\frac{1}{21}} U_{\mu\nu}^{-5/2} \varepsilon_{+\rho}$$

$$U_{\mu\nu\rho}^{-5/2} = \sqrt{\frac{5}{7}} U_{\mu\nu}^{-3/2} \varepsilon_{-\rho} + \sqrt{\frac{2}{7}} U_{\mu\nu}^{-5/2} \varepsilon_{z\rho}$$

$$U_{\mu\nu\rho}^{-7/2} = U_{\mu\nu}^{-5/2} \varepsilon_{-\rho}.$$

Les couplages sont :

$$H_{\pi NN^*} \propto \bar{u}' k'_\mu k'_\nu k'_\rho U^{\mu\nu\rho}$$

$$H_{\gamma NN^*} = \bar{u}' X_\mu U_{\nu\rho\sigma} (q^\mu \varepsilon^{*\nu} - q^\nu \varepsilon^{*\mu}) q^\rho q^\sigma. \frac{1}{M^2}.$$

La matrice $N^{\lambda\lambda'}$ n'est pas modifiée par rapport aux calculs précédents. Pour le tronçon (c), on obtient :

$$\frac{d\Gamma_\pi}{\Gamma_\pi d\Omega} = \frac{1}{64\pi} \begin{pmatrix} t_{33} & t_{31} \xi & t_{3-1} \xi^2 & 0 \\ t_{31} \xi^{-1} & t_{11} & 0 & t_{3-1} \xi^2 \\ t_{3-1} \xi^{-2} & 0 & t_{11} & -t_{31} \xi \\ 0 & t_{3-1} \xi^{-3} & -t_{31} \xi^{-1} & t_{33} \end{pmatrix}$$

où :

$$\begin{aligned}\xi &= e^{i\varphi} \\ t_{33} &= 15 \sin^2 \theta (1 - 6 \cos^2 \theta + 21 \cos^4 \theta) \\ t_{11} &= 9 + 45 \cos^2 \theta - 165 \cos^4 \theta + 175 \cos^6 \theta \\ t_{31} &= -\sqrt{15} \sin 2\theta (1 - 5 \cos^2 \theta)(9 - 13 \cos^2 \theta) \\ t_{3-1} &= -\sqrt{15} \sin^2 \theta (3 - 6 \cos^2 \theta + 35 \cos^4 \theta).\end{aligned}$$

Quant au tronçon (b), les expressions des amplitudes d'hélicité correspondantes se déduisent très simplement de celles déjà obtenues pour la résonance $3/2^+$:

$$\begin{aligned}C_+^{(7/2^+)} &\leftarrow \frac{2}{\sqrt{21}} (\eta^2 - 1) C_+^{(3/2^+)} \\ C_0^{(7/2^+)} &\leftarrow \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{35}} (\eta^2 - 1) C_0^{(3/2^+)}. \\ C_-^{(7/2^+)} &\leftarrow \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{35}} (\eta^2 - 1) C_-^{(3/2^+)}\end{aligned}$$

On a ici de nouveau :

$$C(-\lambda, -\kappa, -\Lambda) = -C(\lambda, \kappa, \Lambda).$$

Le résultat est :

$$\frac{d^3\sigma}{dW^2 d\Delta^2 d\Omega} = \frac{1}{16\pi^2} \frac{\Gamma_\pi}{\Gamma^2 + \delta^2} \times (r_{33} t_{33} + r_{11} t_{11} + 2r_{31} t_{31} \cos \varphi + 2r_{3-1} t_{3-1} \cos 2\varphi)$$

les quantités r étant définies comme précédemment (avec les C que nous venons de donner). Le facteur de spin isotopique est $2/3$ pour l'émission de π^0 , $1/3$ pour l'émission de π^+ .

Signalons que d'autres travaux théoriques sur l'électroproduction des résonances, s'inspirant en partie de considérations similaires aux nôtres, ont été présentés récemment par divers auteurs :

a) K. Berkelman, « The phenomenological theory of single-pion electroproduction », Communication présentée à la Conférence Internationale de Hambourg (juin 1965), prétirage.

b) J. D. Bjorken et J. D. Walkecka, « Electroproduction of nucleon resonances », Slac-Pub-139.

c) N. Christ et T. D. Lee, « Possible tests of time reversal invariance in $1\pm + N \rightarrow 1\pm + \Gamma$ and $A \rightarrow B + e^- + e^+$ », Communication présentée à la Conférence Internationale d'Oxford (septembre 1965), prétirage.

RÉFÉRENCES

- [1] R. H. DALITZ et D. R. YENNIE, *Phys. Rev.*, 105, 1957, 1598.
- [2] S. FUBINI, Y. NAMBU et V. WATAGHIN, *Phys. Rev.*, 111, 1958, 329.
- [3] S. GARTENHAUS et C. N. LINDNER, *Phys. Rev.*, 113, 1959, 917.
- [4] R. BLANKENBECLER, S. GARTENHAUS, R. HUFF et Y. NAMBU, *Nuovo Cimento*, 17, 1960, 775.

- [5] Ph. DENNERY, *Phys. Rev.*, 124, 1961, 2000.
- [6] I. M. BARBOUR, *Nuovo Cimento*, 27, 1963, 1382.
- [7] Ph. SALIN, *Nuovo Cimento*, 32, 1964, 521.
- [8] J. P. LOUBATON, Prétirage, mars 1965.
- [9] W. K. H. PANOFSKY et E. A. ALLTON, *Phys. Rev.*, 110, 1958, 1155.
- [10] G. G. OHLSEN, *Phys. Rev.*, 120, 1960, 584.
- [11] L. N. HAND, *Phys. Rev.*, 129, 1963, 1834.
- [12] J. M. ABILLON, *C. R. Acad. Sc.*, 257, 1963, 1011.
- [13] K. GOTTFRIED et J. D. JACKSON, *Nuovo Cimento*, 33, 1964, 309; J. D. JACKSON et H. PILKUHN, *Nuovo Cimento*, 33, 1964, 906.
- [14] M. GOURDIN et Ph. SALIN, *Nuovo Cimento*, 27, 1963, 309.
- [15] J. P. PEREZ Y JORBA, P. BOUNIN et J. CHOLLET, *Phys. Lett.*, 11, 1964, 350.
- [16] B. JOUVET, J. M. ABILLON et G. BORDES, *Phys. Lett.*, 6, 1963, 273.
- [17] L. STODOLSKY et J. J. SAKURAI, *Phys. Rev. Lett.*, 11, 1963, 90; L. STODOLSKY, *Phys. Rev.*, 134, 1964, B 1099.
- [18] P. KESSLER, Rapport interne PAM, n° 65-02.
- [19] Ph. LERUSTE et P. KESSLER, Rapport interne PAM, n° 64-07 et *Cahiers de Physique*, 18, 1964, 189 et 201.
- [20] M. KELLER, Thèse de 3^e cycle, Paris, mai 1965.
- [21] A. A. CONE, K. W. CHEN, J. R. DUNNING, Jr., C. HARTWIG, N. F. RAMSEY, J. K. WALKER et R. WILSON, *Phys. Rev. Letters*, 14, 1965, 326.
- [22] M. JACOB et G. F. CHEW, *Strong Interaction Physics*. Ed. Benjamin, N. Y., 1964, p. 23.

(Manuscrit reçu le 31 mai 1965).