

# BULLETIN DE LA S. M. F.

SMF

## Vie de la société

*Bulletin de la S. M. F.*, tome 51 (1923), p. 1-41 (supplément spécial)

[http://www.numdam.org/item?id=BSMF\\_1923\\_\\_51\\_\\_v1\\_0](http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1923__51__v1_0)

© Bulletin de la S. M. F., 1923, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

# SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE.

## ÉTAT

### DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE

AU COMMENCEMENT DE L'ANNÉE 1923 (1).

	MM. ANDOYER. APPELL. BONAPARTE (le Prince). BOREL. COSSERAT (E.). DEMOULIN. DERUYTS. GOURSAT. GREENHILL. HADAMARD. HATON DE LA GOUPILLIÈRE. KOENIGS. LEBESGUE. LECORNU. MITTAG-LEFFLER. NEUBERG. OCAGNE (D'). PAINLEVÉ. PICARD. VALLÉE POUSSIN (DE LA). VOLTERRA.
Membres honoraires du Bureau....	
Président.....	MM. APPELL.
Vice-Présidents.....	FATOU. GRÉVY, LÉVY (P.). MONTEL.
Secrétaires.....	GALBRUN. GOT. CHAZY.
Vice-Secrétaires.....	THYBAUT.
Archiviste.....	BARRÉ.
Trésorier.....	MALUSKI.
	AURIC, 1926. BERTRAND DE FONTVOLIANT, 1924. BIOCHÉ, 1925. BOULANGER, 1925. BRICARD, 1926. BRILLOUIN, 1925. CAHEN (E), 1926. CARTAN, 1924. CHAPELON, 1926. DRAÇH, 1924. MAILLET, 1926. SERVANT, 1925.
Membres du Conseil (2).....	

(1) MM. les Membres de la Société sont instamment priés d'adresser au Secrétariat les rectifications qu'il y aurait lieu de faire à cette liste.

(2) La date qui suit le nom d'un membre du Conseil indique l'année au commencement de laquelle expire le mandat de ce membre.

Dans la séance du 14 janvier 1920, l'Assemblée générale de la Société mathématique de France, considérant que les relations de la Société avec ceux de ses membres qui appartiennent aux nations ennemies ont été suspendues pendant la guerre, a décidé que ces relations ne pourraient être reprises qu'à la suite d'une demande formelle des membres susvisés, demande qui serait soumise au vote du Conseil; en conséquence, les noms de ces membres ne figurent pas sur la liste ci-dessous (1) :

Date  
de  
l'admission.

1920. ABELIN, professeur au lycée Charlemagne, rue de Paris, 1, Versailles (Seine-et-Oise).  
1922. ABRAMESCO (N.), professeur à l'Université de Cluj (Roumanie).  
1900. ADHÉMAR (vicomte Robert d'), place de Genevières, 14, à Lille (Nord).  
1920. ALBO, professeur au lycée Jules-Ferry, rue de Berne, 7, à Paris (8<sup>e</sup>).  
1922. ALEXANDRE, ingénieur des Ponts et Chaussées, avenue de Breteuil, 23, à Paris.  
1919. ALMÉRAS, professeur au lycée de Casablanca (Maroc).  
1896. ANDOYER, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, professeur à la Faculté des Sciences, rue Émile-Dubois, 23, à Paris (14<sup>e</sup>).  
1894. ANDRADE, professeur à la Faculté des Sciences, Villas Bisontines 3, à Besançon.  
1918. ANGELESCO, professeur à l'Université de Cluj (Roumanie).  
1919. ANTOINE, maître de conférences à la Faculté des Sciences, Rennes (Ille-et-Vilaine).  
1920. AVZEMBERGER, professeur au lycée Janson-de-Sailly, à Paris (16<sup>e</sup>).  
1879. APPELL, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, recteur de l'Université de Paris, à la Sorbonne, à Paris (5<sup>e</sup>).  
1910. ARCHIBALD (C.-R.), professeur à Brown-Université, Providence, Rhode Island (États-Unis).  
1919. ARNOU, ingénieur, rue de Provence, 126, à Paris (9<sup>e</sup>).  
1920. ARVENGAS, ingénieur à la poudrerie de Sevran-Livry, Sevran-Livry (Seine-et-Oise).  
1900. AURIC, ingénieur en chef des ponts et chaussées, rue du Val-de-Grâce, 2, à Paris (5<sup>e</sup>).  
1920. AUTERBE, sous-directeur à la C<sup>ie</sup> d'assurances sur la vie, *L'Union*, place Vendôme, 9, à Paris (1<sup>er</sup>).  
1919. BACHELIER, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Dijon (Côte-d'Or).  
1919. BAILLAUD, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, directeur de l'Observatoire de Paris (14<sup>e</sup>).  
1900. BAIRE, professeur à la Faculté des Sciences de Dijon, en congé, place Saint-François, 12, à Lausanne (Suisse).  
1896. BAKER, professeur à l'Université de Toronto (Canada).  
1917. BARRAU (J.-A.), professeur à l'Université, à Groningen (Hollande).  
1905. BARRÉ, chef de bataillon du génie, docteur ès sciences mathématiques, 8 bis, rue Amyot, 10, à Paris (5<sup>e</sup>).  
1918. BARRIOL (A.), directeur des Services de la comptabilité aux chemins de fer du P.-L.-M., rue Saint-Lazare, 88, à Paris (9<sup>e</sup>). S. P. (2).  
1920. BAUDET (H.), professeur à l'Académie technique de Delft, van Bœtzelaerlaan, 32, La Haye (Pays-Bas).  
1920. BAYS, professeur agrégé à l'Université, Bethléem, Fribourg (Suisse).  
1919. BÉGIN, maître de conférences à la Faculté des Sciences, à Montpellier (Hérault).  
1922. BERGER, rue Saint-Georges, 13, Nancy (Meurthe-et-Moselle).  
1919. BÉNÉZÉ, professeur au lycée, à Cahors (Lot).  
1920. BERNHEIM, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue de Siam, 15, à Paris (16<sup>e</sup>).

---

(1) La liste qui suit donne les noms des membres de la Société à la fin de l'année 1923.

(2) Les initiales S. P. indiquent les Sociétaires perpétuels.

Date  
de  
l'admission.

1923. **BERVSTEIN** (S.), professeur à l'Université de Kharkow (Russie).
1891. **BERTRAND DE FONTVIOLANT**, professeur à l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures Les Acacias, à Vaucresson (Seine-et-Oise). S. P.
1910. **BERTRAND** (G.), cbâteau de la Ferté, La Ferté Saint-Aubin (Loiret).
1922. **BICKART** (L.), ingénieur civil, rue de Rome, 125, à Paris (17<sup>e</sup>).
1921. **BINDSCHLEDER**, rue Claude Bernard, 53, Paris (5<sup>e</sup>).
1888. **BIOCHE**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Notre-Dame-des-Champs, 56, à Paris (6<sup>e</sup>). S. P.
1922. **BLOCH**, Grande-Rue, 57, à Saint-Maurice (Seine).
1919. **BLONDEL** (Ch.), professeur de philosophie à l'Université, quai des Pêcheurs, 7, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1891. **BLUTEL**, inspecteur général de l'Instruction publique, rue Denfert-Rochereau, 110, à Paris (14<sup>e</sup>).
1892. **BONAPARTE** (prince), membre de l'Institut, avenue d'Iéna, 10, à Paris (16<sup>e</sup>).
1920. **BONCENNE**, professeur au lycée Voltaire, place de la République, 4, à Levallois-Perret (Seine).
1895. **BOREL** (Emile), membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, rue du Bac, 32, à Paris (7<sup>e</sup>). S. P.
1913. **BORTOLOTTI** (E.), professeur à l'Université de Modène, via Maggiore, 18, à Bologne (Italie).
1909. **BOULAD** (F.), ingénieur au service des ponts des chemins de fer de l'État égyptien, au Caire (Égypte).
1913. **BOULIGAND**, professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers (Vienne).
1921. **BOUNY**, rue du Mail, 61, Ixelles (Belgique).
1903. **BOUTIN**, rue Lavieuville, 26, à Paris (18<sup>e</sup>).
1920. **BRANTUT**, ingénieur en chef d'artillerie navale, rue Théophile-Gautier, 34, Paris (16<sup>e</sup>).
1911. **BRATU**, professeur à l'Université de Cluj (Roumanie).
1897. **BRICARD**, professeur au Conservatoire des Arts et Métiers, répétiteur à l'École Polytechnique, rue Denfert-Rochereau, 108, à Paris (14<sup>e</sup>).
1919. **BRICE**, président de la Chambre syndicale des constructeurs en ciment armé, place Paul-Verlaine, 3, à Paris (13<sup>e</sup>).
1919. **BRILLOUIN** (M.), membre de l'Institut, professeur au Collège de France, boulevard du Port-Royal, 31, à Paris (13<sup>e</sup>).
1920. **BRILLOUIN** (Léon), docteur ès sciences, quai du Louvre, 30, à Paris.
1873. **BROCARD**, lieutenant-colonel du génie territorial, rue des Ducs-de-Bar, 75, à Bar-le-Duc. S. P.
1920. **BROGLIE** (DE), square de Messine, 9, à Paris (8<sup>e</sup>).
1912. **BROWNE**, Grange Mockler, à Carrick-on-Suir (comté de Tipperary, Irlande).
1920. **BRUNSCHWICG**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Lettres, rue Schæffer, 53, à Paris (16<sup>e</sup>).
1901. **BULL**, professeur à la Faculté des Sciences, rue des Coffres, 11, à Toulouse.
1894. **CAHEN** (E.), rue Cortambert, 46, à Paris (16<sup>e</sup>).
1920. **CAHEN** (Armand), rue Legendre, 151, Paris (17<sup>e</sup>).
1893. **CALDARERA**, professeur à l'Université, Via Umberto, 265, à Catania (Italie).
1920. **CANDEFORT**, professeur au lycée, rue du Maréchal-Foch, 5, à Pau (Basses-Pyrénées).
1917. **CANDÈZE**, lieutenant-colonel, place du Square, 13, à Aurillac (Cantal).
1885. **CARON**, chef honoraire des travaux graphiques à la Sorbonne, rue Claude-Bernard, 71, à Paris (5<sup>e</sup>).

Date  
de  
l'admission.

1892. **CARONNET**, docteur ès sciences mathématiques, professeur au Collège Chaptal, avenue Niel, 15, à Paris (17<sup>e</sup>).
1919. **CARRUS**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Michelet, 66, à Alger.
1896. **CARTAN**, professeur à la Faculté des Sciences, avenue de Montespan, 4, au Chesnay (Seine-et-Oise).
1887. **CARVALLO**, directeur honoraire des études à l'École Polytechnique, rue des Bourdonnais, 27, à Versailles. **S. P.**
1919. **CASABONNE**, professeur au lycée Henri IV, rue Censier, 26, à Paris (5<sup>e</sup>).
1920. **CAUSSE**, professeur au lycée, rue Saint-Antoine-du-Té, 12, à Toulouse (Haute-Garonne).
1890. **CEDERCREUTZ** (baronne Nanny), Unionsgatan, 4, à Helsingfors (Finlande).
1919. **CERF**, professeur à la Faculté des Sciences, Strasbourg (Bas-Rhin).
1911. **CHALORY**, professeur au lycée Carnot, 38, rue de Vaugirard, à Paris (6<sup>e</sup>).
1919. **CHANDON** (M<sup>me</sup>), aide-astronome à l'Observatoire, avenue de l'Observatoire, à Paris (14<sup>e</sup>).
1919. **CHAPELON**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Lille, répétiteur à l'École Polytechnique, boulevard Morland, 2, à Paris (4<sup>e</sup>).
1919. **CHARBOYNIER**, ingénieur-général d'artillerie navale, boulevard Emile-Augier, 2, Paris (7<sup>e</sup>).
1920. **CHARPY**, membre de l'Institut, professeur à l'École Polytechnique, rue de Lille, 123, à Paris (7<sup>e</sup>).
1896. **CHARVE**, doyen honoraire de la Faculté des Sciences, villa Gambie, 23, rue Va-à-la-Mer, à Marseille (Bouches-du-Rhône).
1911. **CHATELET**, doyen et professeur à la Faculté des Sciences, à Lille (Nord).
1907. **CHAZY**, professeur à la Faculté des Sciences de Lille (Nord).
1923. **CHÉNEVIER**, professeur au lycée Charlemagne, à Paris (4<sup>e</sup>).
1919. **CHILOWSKY**, rue du Lunain, 15, à Paris (14<sup>e</sup>).
1921. **CLAUDON**, ingénieur des Ponts et Chaussées, avenue Wilson, 53, à Blois (Loir-et-Cher).
1913. **COBLYN**, capitaine du génie, rue des Vignes, 34, à Paris (16<sup>e</sup>).
1920. **COISSART**, professeur au lycée Pasteur, avenue Gambetta, 17, à Paris (11<sup>e</sup>).
1919. **COLLIN**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Geoffroy-Saint-Hilaire, 51, à Paris (5<sup>e</sup>).
1920. **COMBET**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Lagarde, 5, à Paris (5<sup>e</sup>).
1920. **COMMISSAIRE**, professeur au lycée Louis-le-Grand, quai des Célestins, 2, à Paris (4<sup>e</sup>).
1915. **CONSTANTINIDÈS**, professeur au Gymnase de Phodos (Grèce).
1896. **COSSERAT** (E.), directeur de l'Observatoire, à Toulouse (Haute-Garonne).
1923. **COSTANTINI**, rue Boissonade, 3, à Paris (14<sup>e</sup>).
1900. **COTTON** (Émile), professeur à la Faculté des Sciences, rue Hébert, 20, à Grenoble (Isère). **S. P.**
1919. **COUSIN**, professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux (Gironde).
1914. **CRELIER**, professeur à l'Université de Berne, rue Schläfli, 2 (Suisse).
1904. **CURTISS**, professeur à l'Université Northwestern, Stermann Avenue, 2023, à Evanston (Illinois, États-Unis).
1919. **DAIN**, ingénieur, rue Alphonse-de-Neuville, 17, à Paris (17<sup>e</sup>).
1920. **DANELLE**, professeur au lycée Louis-le-Grand, à Paris (5<sup>e</sup>).
1919. **DANJOY**, ingénieur des constructions civiles, rue de Villersexel, 9, à Paris (7<sup>e</sup>).
1919. **DARMOIS**, professeur à la Faculté des Sciences de Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1885. **DAUTHÉVILLE**, doyen honoraire de la Faculté des Sciences, cours Gambetta, 27 bis, à Montpellier (Hérault).

Date  
de  
l'admission.

1919. **DAUTRY**, ingénieur en chef à la Compagnie du chemin de fer du Nord, rue Jacob, 4, à Paris (6°).
1920. **DEDRON**, professeur au lycée Condorcet, rue de Lancry, 34, à Paris (10°).
1920. **DEFORNEAUX**, professeur au lycée Condorcet, rue Damrémont, 72, à Paris (18°).
1920. **DELARUE**, professeur au lycée Charlemagne, quai de Béthune, 20, à Paris (4°).
1901. **DELIASSUS**, professeur de mécanique rationnelle à la Faculté des Sciences, rue de Brach, 92, à Bordeaux.
1895. **DELAUNAY** (N.), professeur à l'Institut Kiew (Russie).
1920. **DELENS**, professeur au lycée, rue de Sainte-Adresse, 35, Le Havre (Seine-Inférieure).
1919. **DELTHEIL**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Montaudran, 48, à Toulouse (Haute-Garonne).
1913. **DELVILLE** (L.), ingénieur, rue de Tournon, 14, à Paris (6°).
1892. **DEVOULIN** (Alph.), professeur à l'Université, rue Joseph-Plateau, 10, à Gand (Belgique).
1905. **DENOY**, professeur à la Sorbonne, rue Denfert-Rochereau, 18 bis, à Paris (5°).
1883. **DERUYTS**, professeur à l'Université, rue Louvrex, 37, à Liège (Belgique).
1894. **DESAINT**, docteur ès sciences, rue du Marché, 15 (Neuilly-sur-Seine).
1900. **DICKSTEIN**, Marszatkowska, 117, à Varsovie.
1923. **LLOYD C. DINES**, professeur à l'Université de Saskatoon, Saskatchewan (Canada).
1914. **DONDER** (J. DE), membre de l'Académie royale de Belgique, professeur à l'Université, rue de l'Aurore, 5, Bruxelles (Belgique).
1920. **DOUCET**, industriel à Rabat (Maroc).
1899. **DRACH**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Goffroy-Saint-Hilaire, 53, à Paris (5°).
1922. **DUCHANGE**, ingénieur en chef des Mines, C<sup>ie</sup> de Bethune, à Bully-les-Mines (Pas-de-Calais).
1920. **DUFOR**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Monge, 21, à Paris (5°).
1907. **DULAC**, professeur à la Faculté des Sciences, quai des Brotteaux, 4, à Lyon (Rhône).
1896. **DUMAS** (G.), docteur de l'Université de Paris, professeur à l'Université, Cabrières, avenue Mont-Charmant, à Béthusy-Lausanne (Suisse).
1897. **DUMONT**, professeur au lycée, avenue Bouvard, 6, à Annecy (Haute-Savoie).
1917. **DU PASQUIER** (L. Gustave), diplômé de l'École Polytechnique fédérale de Zürich, docteur ès sciences, professeur de mathématiques supérieures à l'Université de Neuchâtel (Suisse).
1921. **EGNELL** (Axel), docteur ès sciences, rue de Courcelles, 181, à Paris (17°).
1915. **ESCLANGON**, directeur de l'Observatoire de Strasbourg (Bas-Rhin).
1912. **EISENHARDT** (L.-P.), professeur à l'Université de Princeton, Alexander Street, 22, à Princeton (New-Jersey, États-Unis).
1916. **ELCUS**, banquier, rue du Colisée, 36, à Paris (8°). S. P.
1919. **EMERY**, colonel d'artillerie, président de la Commission des poudres de guerre et de la Commission d'expériences de Versailles, rue de Rémusat, 23, à Paris (16°).
1920. **ERRERA**, chaussée de Waterloo, 1039, Uccle (Belgique).
1907. **ETZEL**, professeur de mathématiques et d'astronomie au collège de Saint-Thomas, à Saint-Paul (Minnesota, États-Unis).
1896. **EUVERTE**, ancien élève de l'École Polytechnique, ancien capitaine d'artillerie, rue du Pré-aux-Clercs, 18, à Paris (7°).
1888. **FABRY**, professeur à la Faculté des Sciences, traverse Magnan à Mazargues, à Marseille (Bouches-du-Rhône).
1906. **FARAGGI**, professeur au lycée, galerie Sarlande (Alger).

Date  
de  
l'admission.

1904. **FATOU**, docteur ès sciences, astronome adjoint à l'Observatoire, boulevard du Montparnasse, 172, à Paris (14<sup>e</sup>).
1892. **FEHR (Henri)**, professeur à l'Université, route de Florissant, 110, à Genève (Suisse).
1885. **FIELDS (J.)**, professeur à l'Université, Toronto (Ontario, Canada).
1919. **FLAVANT**, chargé de cours à la Faculté des Sciences, avenue de la Forêt-Noire, 31, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1920. **FLAVIEN**, professeur au lycée Henri IV, rue Claude-Bernard, 58, à Paris (5<sup>e</sup>).
1920. **FLEUCHOT**, professeur au lycée, à Dijon (Côte-d'Or).
1903. **FORD (Walter R.)**, professeur de mathématiques à l'Université de Michigan, à Ann Arbor (Michigan, États-Unis).
1919. **FORGERON**, agrégé de mathématiques, actuaire, rue de la Pompe, 1, à Paris (16<sup>e</sup>).
1920. **FORT**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Rataud, 9, à Paris (5<sup>e</sup>).
1889. **FOUCHÉ**, répétiteur à l'École Polytechnique, rue Soufflot, 5, à Paris (5<sup>e</sup>).
1905. **FOUËT**, professeur à l'Institut catholique, rue Le Verrier, 17, à Paris (6<sup>e</sup>).
1903. **FRAISSÉ**, proviseur du lycée de Brest (Finistère).
1920. **FRANCESCHINI**, professeur au Prytanée militaire, La Flèche (Sarthe).
1911. **FRÉCHET**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Principale, 141<sup>a</sup>, Oberhausbergen par Strasbourg (Bas-Rhin).
1911. **GALBRUN**, docteur ès sciences, avenue de La Bourdonnais, 32, à Paris (7<sup>e</sup>).
1900. **GALDEANO (Z.-G. DE)**, correspondant des Académies royales des Sciences de Madrid et de Lisbonne, professeur à l'Université, Calle Cervantès, 5, à Saragosse (Espagne).
1919. **GAMBIER**, professeur à la Faculté des Sciences de Lille, 10, rue Oudinot, à Paris (7<sup>e</sup>).
1872. **GARIEL**, inspecteur général des ponts et chaussées en retraite, professeur honoraire à la Faculté de Médecine, rue Édouard-Detaille, 6, à Paris (17<sup>e</sup>).
1908. **GARNIER**, professeur à la Faculté des Sciences, à Poitiers (Vienne).
1919. **GARNIER**, ingénieur en chef d'artillerie navale, rue Valentin-Hüly, 10, à Paris (15<sup>e</sup>).
1911. **GAU**, doyen et professeur à la Faculté des Sciences, rue Villars 9, à Grenoble.
1920. **GAY**, professeur au lycée, à Grenoble (Isère).
1890. **GEBBIA**, professeur libre à l'Université, à Palerme (Italie).
1906. **GÉRARDIN**, quai Claude-le-Lorrain, 32, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1920. **GEVREY**, professeur à la Faculté des Sciences, à Dijon (Côte-d'Or).
1913. **GIRAUD**, professeur de calcul différentiel et intégral à la Faculté des Sciences de Clermont-Ferrand, La Terrasse-Fontmaure, à Chamalières (Puy-de-Dôme).
1917. **GLOBA-NIKHAILENKO**, docteur ès sciences, avenue des Gobelins, 10 bis, à Paris (5<sup>e</sup>).
1913. **GODEAUX**, professeur à l'École Militaire de Belgique, avenue de l'Opale, 109, à Bruxelles (Belgique).
1903. **GODEY**, ancien élève de l'École Polytechnique, Villa Lygie, Roquebrune Cap Martin (Alpes-Maritimes).
1923. **GOSSE**, professeur à la Faculté des Sciences, à Grenoble (Isère).
1907. **GOT (Th.)**, professeur au lycée Pasteur, examinateur d'admission à l'École Polytechnique, rue du Dragon, 3, à Paris (6<sup>e</sup>).
1881. **GOURSAT**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, répétiteur à l'École Polytechnique, rue de Navarre, 11 bis, à Paris (5<sup>e</sup>). **S. P.**
1920. **GRAMONT (DE)**, duc DE GUICHE, docteur ès sciences, avenue Henri-Martin, 42 bis, à Paris (16<sup>e</sup>).
1896. **GRÉVY**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Claude-Bernard, 71, à Paris (5<sup>e</sup>).
1922. **GRUNEAU (M<sup>lle</sup>)**, professeur à l'École primaire supérieure, Le Dorat (Haut-Vienne).
1899. **GUADET**, ancien élève de l'École Polytechnique, rue de l'Université, 69, à Paris (7<sup>e</sup>).

Date  
de  
l'admission.

1906. GUERBY, professeur au collège Stanislas, rue d'Assas, 50, à Paris (6°). S. P.
1919. GUÉRIN, administrateur délégué de l'Électro-entreprise, rue de la Bienfaisance, 43, à Paris (8°).
1900. GUICHARD (C.), professeur à la Faculté des Sciences, rue de la Fontaine, 19, à Paris (16°).
1907. GUICHARD (L.), professeur de mathématiques au collège de Barbezieux (Charente).
1919. GUILLAUME, ingénieur à la Compagnie des chemins de fer du Nord, à Valenciennes (Nord).
1923. GUITEL (G.) (M<sup>lle</sup>), professeur au lycée de jeunes filles, rue Gurvaud, 32, à Rennes (Ille-et-Vilaine).
1920. GUITTON, professeur au lycée Henri IV, rue de Bagneux, 41, à Sceaux (Seine).
1919. HAAG, professeur à la Faculté des Sciences, rue Mont-Ladreuil, 20, à Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).
1896. HADAMARD, membre de l'Institut, professeur au Collège de France et à l'École Polytechnique, rue Humboldt, 25, à Paris (14°). S. P.
1894. HALSTED (G.-B.), Colorado State Teachers College, à Greeley (Colorado, États-Unis). S. P.
1920. HAMY, membre du Bureau des Longitudes, astronome à l'Observatoire, rue de Rennes, 108, à Paris (6°).
1901. HANCOCK, professeur à l'Université de Cincinnati, Auburn Hotel (Ohio, États-Unis).
1872. HATON DE LA GOUPILLIÈRE, membre de l'Institut, inspecteur général des mines, directeur honoraire de l'École des Mines, rue de Vaugirard, 56, à Paris (6°). S. P.
1905. HEDRICK, professeur à l'Université, Hicks Avenue, 304, à Columbia (Missouri, États-Unis). S. P.
1919. HELBRONNER, docteur ès sciences, avenue Kléber, 46, à Paris (16°).
1892. HERMANN, libraire-éditeur, rue de la Sorbonne, 8, à Paris (5°).
1922. HERMANN, ingénieur des Ponts et Chaussées, rue Alice-de-la-Muette, Le Vésinet (Seine-et-Oise).
1911. HIERHOLTZ, professeur, avenue de Belmont, 28, à Montreux (Suisse).
1911. HOLMGREN, professeur à l'Université d'Upsal, à l'Observatoire, à Upsal (Suède).
1921. HOSTINSKY, professeur à l'Université Masaryk, Kounicova, 59, à Brno (Rep. Tchécoslovaque).
1895. HOTT (S.), professeur à l'École St-Croix de Neuilly, boulevard Pereire, 218 bis, à Paris (17°). S. P.
1918. HUBER (M.), sous-directeur de la Statistique générale de la France au Ministère du Travail et de la Prévoyance sociale, quai d'Orsay, 97, à Paris (7°).
1918. HUMBERT (P.), professeur à la Faculté des Sciences, rue Lunaret, 82, à Montpellier (Hérault).
1921. JACQUES, agrégé des sciences mathématiques, rue d'Ulm, 45, à Paris (5°).
1896. JACQUET (E.), professeur au lycée Henri IV, rue Notre-Dame-des-Champs, 76, à Paris (6°).
1914. JAGER (F.), docteur ès sciences et en droit, avenue de la Grande-Armée, 69, Paris (16°).
1919. JANET (M.), professeur à la Faculté des Sciences, à Rennes (Ille-et-Vilaine).
1920. JANSSON, docteur de l'Université d'Upsal, Fack 8, à Orebro (Suède).
1903. JENSEN (J.-L.-W.-V.), ingénieur en chef des téléphones, Amicisvej, 16, à Copenhague V. (Danemark).

Date  
de  
l'admission.

1914. **JORDAN**, docteur ès sciences, chargé de cours à l'Université de Budapest, Bérényiut, 7, à Budapest (Hongrie).
1919. **JOUGUET**, ingénieur en chef des mines, répétiteur à l'École Polytechnique, rue Pierre-Curie, 22, à Paris (5°).
1919. **JULIA**, maître de conférences à la Faculté des Sciences, rue Traversière, 4 bis, Versailles (Seine-et-Oise).
1919. **JUVET**, licencié ès sciences, avenue du 1<sup>er</sup>-Mars, 10, à Neuchâtel (Suisse).
1916. **KAMPÉ DE FÉRIET**, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Lille (Nord).
1913. **KASNER** (E.), professeur à l'Université Columbia, à New-York (États-Unis).
1920. **KINOSUKE OGURA**, professeur à l'Université d'Osaka, place du Panthéon, 9, à Paris (5°).
1913. **KIVELIOVITCH**, licencié ès sciences, rue Quatrefages, 12, à Paris (5°).
1880. **KÖNIGS**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences, rue du Faubourg-Saint-Jacques, 77, à Paris (14°). S. P.
1921. **KOGBETLIANTZ**, professeur à l'Université d'Erivan, rue Brézin, 22, à Paris (14°).
1913. **KOSTITZIN** (V.), professeur à l'Université, Archangelskipéréoulok, 9, app. 4, à Moscou (Russie).
1907. **KRYLOFF**, ingénieur des mines, professeur d'analyse à l'École supérieure des Mines de Petrograd, à Ouezd-Radomysl, Gitomirska Chaussée, Station Nebylitz, village Kolganowka, gouvernement de Kiew (Russie).
1919. **LABROUSSE**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, 44, à Paris (6°).
1920. **LAGARDE**, astronome à l'Observatoire, à Paris (14°).
1920. **LAGORSSE**, professeur au Prytanée militaire, La Flèche (Sarthe).
1922. **LAGRANGE**, professeur au lycée d'Évreux.
1921. **LAINÉ**, licencié ès sciences, professeur à l'Institut catholique d'Angers (Maine-et-Loire).
1906. **LALESCO**, professeur à l'Université, str. Seaune, 19, à Bucarest (Roumanie).
1919. **LAMBERT**, astronome adjoint à l'Observatoire, boulevard Arago, 99, à Paris (14°).
1893. **LANCELIN**, astronome adjoint à l'Observatoire, rue Boissonnade, 3, à Paris (14°).
1919. **LANGEVIN**, professeur au Collège de France, rue de la Pitié 11, Paris (5°).
1919. **LAPONTE**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Sophie-Germain, 3, Paris (14°).
1896. **LEAU**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Montesquieu, 8, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1896. **LEBEL**, professeur au lycée, rue Pelletier-de-Chambrun, 12, à Dijon.
1902. **LEBESGUE**, membre de l'Institut, professeur au Collège de France, rue Saint-Sabin, 35 bis, à Paris (11°).
1903. **LEBEUF**, directeur de l'Observatoire, professeur d'astronomie à l'Université, à Besançon (Doubs).
1919. **LECONTE**, inspecteur de l'Académie de Paris, boulevard Saint-Germain, 78, à Paris (6°).
1920. **LE CORBEILLER**, ingénieur des télégraphes, rue de Grenelle, 81, à Paris (7°).
1893. **LECORNU**, membre de l'Institut, inspecteur général des mines, professeur à l'École Polytechnique, rue Gay-Lussac, 3, à Paris (5°).
1920. **LEFEBVRE**, directeur de l'enseignement primaire de la Seine, Hôtel de Ville, place Lobau, à Paris (4°).
1918. **LEFSCHETZ**, ingénieur E. C. P., professeur assistant de mathématiques à l'Université de Kansas, Missouri St. 937, à Lawrence (Kansas, États-Unis).
1895. **LE ROUX**, professeur à la Faculté des Sciences, faubourg de Fougères, 47, à Rennes (Ille-et-Vilaine).
1898. **LE ROY**, membre de l'Institut, professeur au Collège de France, rue Cassette, 27, à Paris (6°).

Date  
de  
l'admission.

1921. **LEROY**, professeur de mathématiques spéciales au lycée de Rennes, faubourg de Fougères, 115, à Rennes (Ille-et-Vilaine).
1907. **LESGOURGUES**, professeur honoraire au lycée Henri IV, rue Jean-Bart, 4, à Paris (6°).
1920. **LE VASSEUR**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Corneille, 125, à Lyon (Rhône).
1900. **LEVI CIVITA (T.)**, professeur à l'Université Piazza, S. Bernado, 106, Rome (Italie).
1903. **LÉVY (Albert)**, professeur au lycée Saint-Louis, rue de Rennes, 86, à Paris (6°).
1907. **LÉVY (Paul)**, ingénieur des mines, professeur d'analyse à l'École Polytechnique, rue Chernoviz, 9, à Paris (16°). **S. P.**
1923. **LHÉBRARD**, professeur au lycée Janson-de-Sailly, rue de Siam, 18, à Paris (16°).
1920. **LHERMITTE**, professeur au lycée Janson-de-Sailly, rue de Lubeck, 32, à Paris (16°).
1920. **LHOSTE**, capitaine inspecteur des études à l'École Polytechnique, rue Gay-Lussac, 8, à Paris (5°).
1898. **LINDELÖF (Ernst)**, professeur à l'Université, Sandvikskajen, 15, à Helsingfors (Finlande).
1886. **LIQUILLE**, ingénieur en chef des poudres, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, à Maure (Ille-et-Vilaine).
1923. **LOUVET**, chef d'escadron en retraite, rue Saint-Martin, 31, Endourne-Corniche, à Marseille (Bouches-du-Rhône).
1912. **LOVETT (E.-O.)**, Rice Institute, à Houston (Texas, États-Unis).
1902. **LUCAS-GIRARDVILLE**, à la Manufacture de l'État, à Tonneins (Lot-et-Garonne).
1902. **LUCAS DE PESLOUAN**, ancien élève de l'École Polytechnique, avenue Rapp, 41, à Paris (7°).
1923. **MACAIGNE**, bibliothécaire de l'Université de Poitiers.
1895. **MAILLET**, ingénieur en chef des ponts et chaussées, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, rue de Fontenay, 11, à Bourg-la-Reine (Seine). **S. P.**
1905. **MALUSKI**, proviseur du lycée Carnot, boulevard Mallesherbes, à Paris (17°).
1922. **MANDELBROJT**, rue de la Montagne-Sainte-Genève, 10, à Paris (5°).
1919. **MARCHAUD**, professeur au lycée, faubourg Boutonnet, 32 bis, à Montpellier (Hérault).
1906. **MARCUS**, agrégé de l'Université, rue Frédéric-Passy, 15, à Neuilly (Seine).
1919. **MARJON**, inspecteur général de l'Instruction publique, avenue Félix-Faure, 37, à Paris (15°).
1920. **MARMION**, chef de bataillon du génie, avenue de Suffren, 164, à Paris (7°).
1919. **MAROGER**, professeur au lycée de Marseille (Bouches-du-Rhône).
1904. **MAROTTE**, professeur au lycée Charlemagne, rue de Reuilly, 35 bis, à Paris (12°).
1884. **MARTIN (Artemas)**, Columbia Street 1352, N. W., à Washington D. C. (États-Unis).
1920. **MARTY**, professeur au lycée Henri-Poincaré, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1919. **MATANOVITCH**, ingénieur E. C. P., rue Damrémont, 8, à Paris (18°).
1921. **MAURICE**, ingénieur général, directeur de l'École d'application du Génie Maritime avenue Octave-Gréard, 3, à Paris (7°).
1920. **MAYER**, secrétaire général du Bureau d'Organisation économique, rue Georges-Berger, 10, à Paris (9°).
1922. **MAYOR**, professeur à l'Université, avenue Église-Anglaise, 14, à Lausanne (Suisse).
1889. **MENDIZABAL TAMBORÉL (DE)**, membre de la Société de Géographie de Mexico, calle de Jesus, 13, à Mexico (Mexique). **S. P.**
1922. **MENTRÉ**, maître de conférences à l'Université, faubourg Saint-Jean, 63, à Nancy.
1884. **MERCEREAU**, licencié ès sciences, docteur en médecine, rue de l'Université, 191, à Paris (7°). **S. P.**
1902. **MERLIN (Émile)**, chargé des cours d'astronomie mathématique et de géodésie à l'Université, rue d'Ostende, 11, à Gand (Belgique).

Date  
de  
l'admission.

1919. **MESNAGER**, membre de l'Institut, professeur à l'École des Ponts et Chaussées, rue de Rivoli, 182, à Paris (4°). S. P.
1919. **MÉTRAL**, professeur au lycée de Brest (Finistère).
1904. **METZLER**, professeur à l'Université, à Syracuse (État de New-York).
1919. **MEYER (F.)**, professeur au lycée Rollin, avenue Trudaine, 12, à Paris (9°).
1909. **NICHEL (Charles)**, professeur au lycée Saint-Louis, rue Sarrette, 14, à Paris (14°).
1893. **NICHEL (François)**, ingénieur en chef des services électriques de la Compagnie du chemin de fer du Nord, faubourg Saint-Denis, 210, à Paris (10°).
1920. **MILHAUD**, professeur au collège Chaptal, boulevard des Batignolles, 45, à Paris (8°).
1921. **MILLOUX**, professeur au lycée de Tourcoing, rue de Barœul, 31, à Marcq-en-Barœul (Nord).
1920. **MINEUR**, professeur au lycée Rollin, avenue Trudaine, 12, à Paris (9°).
1873. **MITTAG-LEFFLER**, professeur à l'Université, à Djursholm-Stockholm (Suède).
1922. **MOCH**, rue de Chartres, 26, à Neuilly-sur-Seine.
1907. **MONTÉL**, professeur à la Sorbonne, répétiteur d'analyse à l'École Polytechnique, boulevard de Vaugirard, 57, à Paris (15°).
1898. **MONTÉSSUS DE BALLORE (vicomte Robert de)**, professeur à la Faculté libre des Sciences, boulevard Bigot-Danel, 15, à Lille (Nord).
1911. **MØRE (Ch.-N.)**, professeur à l'Université de Cincinnati (États-Unis).
1920. **MOREL**, professeur au Prytanée militaire, à La Flèche (Sarthe).
1920. **MOTHON**, professeur au lycée Lakanal, rue Alphonse-Daudet, 15, à Paris (14°).
1920. **MUIR (Thomas)**, Elmste Sandown Road, Rondebosch (Sud-Africain).
1921. **MURRAY (F.-H.)**, West Virginia University, à Morgantown (États-Unis).
1923. **MUSSEL**, lieutenant-colonel à l'Inspection générale de l'artillerie, place Saint-Thomas-d'Aquin, 1, à Paris (7°).
1921. **MYLLER LEBEDEFF (M<sup>me</sup>)**, professeur à l'Université de Jassy, Str Pacurari, 48, à Jassy (Roumanie).
1922. **NAU**, docteur ès sciences, professeur à l'Institut catholique, rue Littré, 10, à Paris (6°).
1918. **NÉCULCÉA**, professeur à l'Université de Jassy (Roumanie).
1920. **NEPVEU**, professeur honoraire, à Belâtre (Indre).
1885. **NEUBERG**, professeur à l'Université, rue Sclessin, 6, à Liège (Belgique).
1897. **NICOLLIER**, professeur, La Chataigneraie, à Saint-Clarens (Vaud, Suisse).
1920. **NIELSEN (Frederik Lange)**, Armauer Hausensat, 5, III, Christiania (Norvège).
1921. **NOAILLON**, rue Monsieur-le-Prince, 48, à Paris (6°).
1919. **NØRLUND (E.)**, professeur à l'Université Stand vejen, 201, Copenhague (Danemark).
1920. **OBRIOT**, professeur au lycée Buffon, boulevard de Port-Royal, 82, à Paris (5°).
1882. **OCAGNE (M. D')**, membre de l'Institut, inspecteur général des ponts et chaussées, professeur à l'École Polytechnique et à l'École des Ponts et Chaussées, rue La Boétie, 30, à Paris (8°). S. P.
1905. **OUIVET**, professeur au lycée Lakanal, à Bourg-la-Reine.
1873. **OVIDIO (E. D')**, sénateur, professeur à l'Université, via Sebastiano Valfré, 14, à Turin (Italie).
1920. **PAGÈS**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, 44, à Paris (6°).
1893. **PAINLEVÉ**, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences et à l'École Polytechnique, rue Séguier, 18, à Paris (6°).
1912. **PANGÉ (DE)**, ancien élève de l'École Polytechnique, rue François I<sup>er</sup>, 32, à Paris (8°). S. P.
1888. **PAPELIER**, professeur au lycée, rue Notre-Dame-de-Recouvrance, 29, à Orléans (Loiret).

Date  
de  
l'admission

1919. **PARODI (H.)**, ingénieur en chef à la Compagnie des chemins de fer d'Orléans, quai d'Orsay, 141, à Paris (15<sup>e</sup>).
1922. **PASCHAUD**, professeur à l'Université, avenue de Béthusy, 42, à Lausanne (Suisse).
1921. **PASQUIER**, licencié ès sciences, professeur à l'Institut catholique d'Angers (Maine-et-Loire).
1881. **PELLET**, professeur honoraire à la Faculté des Sciences, boulevard Gergovia, 77, à Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme).
1914. **PÉRÈS**, professeur à la Faculté des Sciences, Marseille (Bouches-du-Rhône).
1881. **PEROTT (Joseph)**, Université Clark, à Worcester (Massachusetts, États-Unis). S. P.
1892. **PERRIN (Élie)**, professeur de mathématiques à l'École J.-B. Say, rue de la Convention, 85, à Paris (13<sup>e</sup>).
1896. **PETROVITCH**, professeur à l'Université, Kosanc Venac, 26, à Belgrade (Serbie).
1887. **PEZZO (DEL)**, professeur à l'Université, piazza San Domenico Maggiore, 9, à Naples (Italie).
1879. **PICARD (Émile)**, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, membre du Bureau des Longitudes, professeur à la Faculté des Sciences et à l'École Centrale des Arts et Manufactures, quai Conti, 25, à Paris (6<sup>e</sup>). S. P.
1919. **PICART (L.)**, directeur de l'Observatoire de Bordeaux, à Floirac (Gironde).
1872. **PICQUET**, chef de bataillon du génie en retraite, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, rue Monsieur-le-Prince, 4, à Paris (6<sup>e</sup>).
1920. **PIERRA**, directeur de la Société des appareils de transmission Hale Shan, rue de Provence, à Paris (9<sup>e</sup>).
1922. **PINCZON**, sous-directeur des Chantiers de Penhoët, boulevard de l'Océan, 51, à Saint-Nazaire.
1913. **PODTIAGUINE (N.)**, rue Stanislas, 14, à Paris (6<sup>e</sup>).
1920. **POMEY (J.-B.)**, directeur de l'École des Télégraphes, rue Las-Cases, 20, à Paris (7<sup>e</sup>).
1920. **POMEY (Etienne)**, professeur à l'École de Physique et de Chimie, boulevard Saint-Marcel, 70, à Paris (5<sup>e</sup>).
1920. **POMEY (Léon)**, ingénieur des Manufactures de l'État, rue Rosa-Bonheur, 10, à Paris.
1918. **POMPEIU**, professeur à l'Université de Bucarest (Roumanie).
1920. **PONS**, professeur au lycée, avenue Bouisson-Bertrand, à Montpellier (Hérault).
1906. **POPOVICI**, professeur à la Faculté des Sciences de Jassy (Roumanie).
1894. **POTRON (M.)**, docteur ès sciences, nouvelle école Sainte-Geneviève, rue de la Vieille-Eglise, 2, à Versailles (Seine-et-Oise).
1920. **PORTALIER**, professeur au lycée Henri IV, à Paris (5<sup>e</sup>).
1919. **PRADEL**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, 44, à Paris (6<sup>e</sup>).
1919. **PRÉVOST**, ingénieur civil des mines, rue Huysmans, 1, à Paris (6<sup>e</sup>).
1896. **QUIQUET**, actuaire de la Compagnie *la Nationale*, boulevard Saint-Germain, 92, à Paris (5<sup>e</sup>).
1919. **RATEAU**, membre de l'Institut, avenue Elysée-Reclus, 10 bis, à Paris (7<sup>e</sup>).
1903. **RÉMOUNDOS**, professeur d'analyse supérieure à la Faculté des Sciences, rue Spyridion-Tricoupis, 54, à Athènes (Grèce).
1919. **RENAUD**, professeur au lycée, rue Joseph-Tissot, à Dijon (Côte-d'Or).
1919. **RÉVELLE**, examinateur des élèves à l'École Polytechnique, à Saint-Tropez (Var).
1903. **RICHARD**, docteur ès sciences mathématiques, professeur au lycée, rue de Strasbourg, 100, à Châteauroux.
1920. **RIQUIER**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Malfilâtre, 14, à Caen (Calvados).
1908. **RISSE**, actuaire au Ministère du Travail, rue Sédillot, 5, à Paris (7<sup>e</sup>).

Date  
de  
l'admission.

1919. **ROBERT**, professeur au lycée du Parc, Lyon (Rhône).
1916. **ROBINSON** (L.-B.), 131 E. North Av<sup>e</sup>, à Baltimore (Maryland, États-Unis).
1903. **ROCHE**, agrégé de l'Université, docteur ès sciences, professeur à l'Université libre d'Angers (Maine-et-Loire).
1919. **ROQUES** (M<sup>me</sup>), docteur ès sciences, assistant actuary, A « Sul America », Companhia Nacional de Séguras de Vida, rua Anvidor, Rio de Janeiro (Brésil).
1896. **ROUGIER**, professeur au Lycée et à l'École des ingénieurs, rue Sylvabelle, 84, à Marseille.
1906. **ROUSIERS**, professeur au collège Stanislas, boulevard du Montparnasse, 62, à Paris (14<sup>e</sup>).
1920. **ROUYER**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Jean-Rameau, 3, à Alger.
1885. **ROY**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Frizac, 9, à Toulouse (H<sup>te</sup>-Garonne).
1923. **RUEFF**, rue Pierre-Curie, 4, à Paris (5<sup>e</sup>).
1920. **SAINTÉ LAGIE**, professeur au lycée Carnot, rue Barye, 12, à Paris (7<sup>e</sup>).
1919. **SAKELLARIOU**, professeur à l'Université, rue Asklepion, 96, à Athènes (Grèce).
1923. **SALEM**, rue Léonard-de-Vinci, 16, à Paris (16<sup>e</sup>).
1900. **SALTYKOW**, professeur à l'Université, à Kharkow (Russie). S. P.
1921. **SARANTOPOULOS**, docteur ès sciences de l'Université d'Athènes, rue Solomos, 25, à Athènes (Grèce).
1919. **SARTRE**, agrégé de l'Université, rue d'Ulm, 45, à Paris (5<sup>e</sup>).
1897. **SCHOU** (Erik), ingénieur, Thorvaldsinsi, 193, à Copenhague (Danemark).
1920. **SCHUH**, professeur à l'Académie technique de Delft, Freckenolag, La Haye (Hollande).
1901. **SÉE** (Thomas-J.-J.), Observatory Mare Island (Californie).
1896. **SÉGIER** (J.-A. DE), docteur ès sciences, rue du Bac, 114, à Paris (7<sup>e</sup>).
1882. **SÉLIVANOFF** (Démétrius), professeur à l'Université, Fontanka, 116, log. 16, à Petrograd (Russie) S. P.
1920. **SERGESCO**, professeur au lycée de Fupnu (Roumanie); en congé, rue Blainville, 6, à Paris (5<sup>e</sup>).
1920. **SERRIER**, professeur au lycée Louis-le-Grand, rue Boulard, 38, à Paris (14<sup>e</sup>). S. P.
1900. **SERVANT**, chargé de conférences à la Sorbonne, à Bourg-la-Reine (Seine).
1908. **SHAW** (J.-B.), professeur à l'Université, Box Station A. Champaign, 644, Illinois (États-Unis).
1919. **SIMONIN**, astronome à l'Observatoire, avenue du Parc-de-Montsouris, 30, à Paris (14<sup>e</sup>).
1912. **SIRE**, professeur à la Faculté des Sciences de Lyon (Rhône).
1920. **SONO**, docteur ès sciences, College of Science, Université de Kyoto, Japon, rue de la Pompe, 152, à Paris (16<sup>e</sup>).
1916. **SOULA**, maître de conférences à la Faculté des Sciences, rue des Carmes, 14, à Montpellier (Hérault).
1900. **SPARRE** (comte DE), doyen de la Faculté catholique des Sciences, avenue de la Bibliothèque, 7, à Lyon. S. P.
1912. **STECKER** (H.-F.), professeur de mathématiques, à Pennsylvania State College, Miles St. 306 (Pennsylvanie, États-Unis).
1918. **STOÏLOW** (S.), docteur ès sciences, maître de conférences à l'Université de Jassy (Roumanie).
1898. **STØRNER**, professeur à l'Université, Huk Avenue, 33, Bygdø, Christiania (Norvège).
1904. **SUDRIA**, directeur de l'École préparatoire à l'École supérieure d'Électricité, rue de Staël, 26, à Paris (15<sup>e</sup>).

Date  
de  
l'admission.

1904. **SUNDMAN**, professeur à l'Université, Observatoire astronomique, à Helsingfors (Finlande).
1920. **THIRY**, maître de conférences à la Faculté des Sciences, rue de l'Université, 36, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1919. **THOISY (DE)**, ingénieur, rue Vineuse, 20, à Paris (16°).
1899. **THYBAUT**, inspecteur de l'Académie de Paris, chargé de conférences à la Sorbonne, boulevard St-Germain, 50, à Paris (5°).
1919. **TISSIER**, maître de conférences à la Faculté des Sciences, à Alger.
1912. **TOUCHARD**, ingénieur des Arts et Manufactures, rue du Faubourg-Saint-Honoré, 71, à Paris (8°).
1910. **TRAYNARD**, professeur à la Faculté des Sciences de Besançon. S. P.
1872. **TRESCA**, ingénieur en chef des ponts et chaussées en retraite, rue du Général-Henrion-Berthier, 7, à Neuilly-sur-Seine (Seine).
1896. **TRESSE**, professeur au lycée Buffon, rue Mizon, 6, à Paris (15°).
1907. **TRIPPIER (H.)**, sous-directeur des études à l'École Centrale, rue Alphonse-de-Neuville, 17, à Paris (17°). S. P.
1920. **TROUSSET**, astronome à l'Observatoire de Floirac (Gironde).
1919. **TURNEL**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, 44, à Paris (6°).
1911. **TURRIÈRE**, docteur ès sciences, professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier (Hérault).
1923. **VAKSELJ (Anton)**, place de l'Odéon, 6, à Paris (6°).
1913. **VALIROV**, professeur à la Faculté des Sciences, allée de la Robertsau, 52, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1893. **VALLÉE POUSSIN (Ch.-J. DE LA)**, membre de l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique, professeur à l'Université, avenue des Alliés, 149, à Louvain (Belgique).
1904. **VANDEUREN**, professeur à l'École militaire, avenue Macan, 16, à Bruxelles.
1905. **VAN VLECK**, professeur de mathématiques, à l'Université, à Madison (Wisconsin, États-Unis).
1897. **VASSILAS-VITALIS (J.)**, professeur à l'École militaire supérieure, rue Epicure, 13, à Athènes (Grèce).
1920. **VAULOT**, rue Barbet-de-Jouy, 42, à Paris (7°).
1913. **VEBLEN (O.)**, professeur à l'Université de Princeton (États-Unis).
1920. **VERGNE**, rue Auber, 8, à Paris (9°).
1920. **VÉRONNET**, astronome à l'Observatoire, chargé de conférences à la Faculté des Sciences, rue Wimpfeling, 29, à Strasbourg (Bas-Rhin).
1901. **VESSIOT**, professeur à la Faculté des Sciences, sous-directeur de l'École Normale supérieure, rue d'Ulm, 45, à Paris (5°).
1922. **VICTOR**, ingénieur, rue de Rémusat, 19, à Paris.
1920. **VIEILLEFOND**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Garibaldi, 45, à Paris (15°).
1911. **VILLAT**, professeur à la Faculté des Sciences, rue du Maréchal-Pétain, 11, Strasbourg (Bas-Rhin).
1919. **VIMEUX**, professeur au lycée, à Nice (Alpes-Maritimes).
1920. **VINTEJOUX**, professeur au lycée Carnot, rue Cernuschi, 12, à Paris (17°).
1919. **VOGT**, professeur à la Faculté des Sciences, rue du Grand-Vergier, 33, à Nancy (Meurthe-et-Moselle).
1888. **VOLTERRA (Vito)**, sénateur, professeur à l'Université, via in Lucina, 17, à Rome (Italie).

Date  
de  
l'admission.

1900. **VUIBERT**, éditeur, boulevard Saint-Germain, 63, à Paris (5°).  
1919. **WABRE**, docteur ès sciences, Université de Genève, cours des Bastions, 16, Genève (Suisse).  
1880. **WALCKENABR**, inspecteur général en chef des mines, boulevard St-Germain, 218, à Paris (7°).  
1920. **WEBER**, professeur au lycée Buffon, avenue de Châtillon, 21, à Paris (14°).  
1879. **WEILL**, directeur honoraire du collège Chaptal, boulevard Delessert, 23, à Paris (16°).  
1919. **WEILL**, professeur au lycée Saint-Louis, boulevard Saint-Michel, à Paris (6°).  
1921. **WIENER** (N.), professeur au Massachusetts Institut of technology, à Boston (États-Unis).  
1906. **WILSON** (E.-B.), professeur à l'Institut de Technologie, Cambridge (Massachusetts, États-Unis).  
1911. **WINTER**, avenue d'Iéna, 66, à Paris (16°).  
1909. **WOODS** (F.-S.), professeur à l'Institut de Technologie, à Boston (Massachusetts, États-Unis).  
1878. **WORMS DE ROMILLY**, inspecteur général des mines, en retraite, rue du Général-Langlois, 5, à Paris (16°).  
1920. **XAVIER-LÉON**, directeur de la *Revue de Métaphysique et de Morale*, rue des Mathurins, 39, à Paris (8°).  
1921. **YAYOTARO ABE**, professeur à l'École Normale supérieure de Tokio, rue Bausset, 7 bis, à Paris (15°).  
1912. **YOUNG** (W.-H.), membre de la Société Royale de Londres, professeur à l'Université de Liverpool, villa Collonge, La Conversion, à Vaud (Suisse).  
1920. **ZAREMBA**, professeur à l'Université de Cracovie, Warszavokaie, rue Zytnia, 6, Cracovie (Pologne).  
1903. **ZERVOS**, professeur à la Faculté des Sciences, rue Sozopoleos, 88, à Athènes (Grèce).  
1898. **ZIWET**, professeur de mathématiques à l'Université Packart, 532, à Ann Arbor (Michigan, États-Unis).

**Membres décédés en 1923 : MM. BOBERIL (comte Roger de), BOULANGER, FONTENÉ, FOURET, LACAZE, LEBLANC (Maurice).**

---

**SOCIÉTAIRES PERPÉTUELS DÉCÉDÉS.**

BENOIST. — BIENAYMÉ. — BISCHOFFSHEIM. — BOBERIL (CONTE ROGER DE). —  
BORCHARDT. — BOURLET. — BOUTROUX. — CANET. — CHASLES. — CLAUDE-  
LAFONTAINE. — FOURET. — GAUTHIER-VILLARS. — HALPHEN. — HERMITE. — HIRST.  
JORDAN. — LAFON DE LADÉBAT. — LÉAUTÉ. — MANNHEIM. — PERRIN (R.). —  
POINCARÉ. — DE POLIGNAC. — RAFFY. — SYLOW. — TANNERY (PAUL). TCHÉBICHEF. —  
VIELLARD.

**LISTE**

DES

**PRÉSIDENTS DE LA SOCIÉTÉ MATHÉMATIQUE DE FRANCE**

DEPUIS SA FONDATION.

MM.		MM.	
1873	CHASLES.	1899	GUYOU.
1874	LAFON DE LADEBAT.	1900	POINCARÉ.
1875	BIENAYMÉ.	1901	D'OCAGNE.
1876	DE LA GOURNERIE.	1902	RAFFY.
1877	MANNHEIM.	1903	PAINLEVÉ.
1878	DARBOUX.	1904	CARVALLO.
1879	O. BONNET.	1905	BOREL.
1880	JORDAN.	1906	HADAMARD.
1881	LAGUERRE.	1907	BLUTEL.
1882	HALPHEN.	1908	PERRIN (R.).
1883	ROUCHÉ.	1909	BIOCHE.
1884	PICARD.	1910	BRICARD.
1885	APPELL.	1911	LÉVY (L.).
1886	POINCARÉ.	1912	ANDOYER.
1887	FOURET.	1913	COSSERAT (F.).
1888	LAISANT.	1914	VESSIOT.
1889	ANDRÉ (D.).	1915	CARTAN.
1890	HATON DE LA GOUPILLIÈRE.	1916	FOUCHÉ.
1891	COLLIGNON.	1917	GUICHARD.
1892	VICAIRE.	1918	MAILLET.
1893	HUBERT.	1919	LEBESGUE.
1894	PICQUET.	1920	DRACH.
1895	GOURSAT	1921	BOULANGER.
1896	KÖNIGS	1922	CAHEN (E.).
1897	PICARD.	1923	APPELL.
1898	LECORNU.		

Liste des Sociétés scientifiques et des Recueils périodiques avec lesquels  
la Société mathématique de France échange son Bulletin.

Amsterdam.....	Académie Royale des Sciences d'Amsterdam.	Pays-Bas.
Amsterdam.....	Société mathématique d'Amsterdam.	Pays-Bas.
Amsterdam.....	<i>Revue semestrielle des publications mathématiques.</i>	Pays-Bas.
Bâle.....	Naturforschende Gesellschaft.	Suisse.
Baltimore.....	<i>American Journal of Mathematics.</i>	États-Unis.
Bologne.....	Académie des Sciences de Bologne.	Italie.
Bordeaux.....	Société des Sciences physiques et naturelles.	France.
Bruxelles.....	Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux Arts de Belgique.	Belgique.
Bruxelles.....	Société scientifique de Bruxelles.	Belgique.
Calcutta.....	Calcutta mathematical Society.	Inde anglaise
Cambridge.....	Cambridge philosophical Society.	Grande-Bretagne
Christiania.....	<i>Archiv for Mathematik og Naturvidenskab.</i>	Norvège.
Coïmbre.....	<i>Annaes scientificos da Academia Polytechnica do Porto.</i>	Portugal.
Copenhague.....	<i>Nyt Tidsskrift for Mathematik.</i>	Danemark.
Copenhague.....	<i>Det Kongelige danske videnskabernes selskabs Skrifter.</i>	Danemark.
Cracovie.....	Académie des Sciences de Cracovie.	Pologne.
Delft.....	Académie technique.	Pays-Bas.
Édimbourg.....	Société Royale d'Édimbourg.	Grande-Bretagne.
Édimbourg.....	Société mathématique d'Édimbourg.	Grande-Bretagne.
Gand.....	<i>Mathesis.</i>	Belgique.
Halifax.....	Nova Scotian Institute of Science.	N <sup>lle</sup> -Écosse(Canada)
Hambourg.....	Séminaire mathématique.	Allemagne.
Harlem.....	Société hollandaise des Sciences.	Hollande.
Helsingfors.....	Société des Sciences de Finlande.	Finlande.
Kansas.....	Université de Kansas.	États-Unis.
Liège.....	Société Royale des Sciences.	Belgique.
Livourne.....	<i>Periodico di Matematica.</i>	Italie.
Londres.....	Société astronomique de Londres.	Grande-Bretagne.
Londres.....	Société mathématique de Londres.	Grande-Bretagne.
Londres.....	Société Royale de Londres.	Grande-Bretagne
Luxembourg.....	Institut grand ducal de Luxembourg.	Luxembourg.
Marseille.....	<i>Annales de la Faculté des Sciences.</i>	France.
Mexico.....	Sociedad científica <i>Antonio Alzate.</i>	Mexique.
Milan.....	Institut Royal lombard des Sciences et Lettres.	Italie.
Naples.....	Académie Royale des Sciences physiques et mathématiques de Naples.	Italie.
New-Haven.....	Académie des Sciences et Arts du Connecticut.	États-Unis.
New-York.....	American mathematical Society.	États-Unis.
Palerme.....	<i>Rendiconti del Circolo matematico.</i>	Italie.
Paris.....	Académie des Sciences de Paris.	France.

Paris.....	Association française pour l'avancement des Sciences.	France.
Paris.....	Société philomathique de Paris.	France.
Paris.....	<i>Bulletin des Sciences mathématiques.</i>	France.
Paris.....	<i>Journal de l'École Polytechnique.</i>	France.
Paris.....	Institut des Actuaire français.	France.
Pise.....	<i>Intermédiaire des Mathématiciens.</i>	France.
Pise.....	École Royale Normale supérieure de Pise.	Italie.
Pise.....	Université Royale de Pise.	Italie.
Pise.....	<i>Il Nuovo Cimento.</i>	Italie.
Prague.....	Académie des Sciences de Bohême.	Tchéco-Slovaquie.
Prague.....	<i>Jednota českých mathematiců a fysiků.</i>	
Prague.....	Société mathématique de Bohême.	
Princeton.....	<i>Annals of Mathematics.</i>	New-Jersey, États-Unis
Rennes.....	<i>Travaux de l'Université.</i>	France.
Rome.....	Académie Royale des Lincei.	Italie
Rome.....	Società italiana delle Scienze.	Italie.
Rome.....	Società per il progresso delle Scienze.	Italie.
Stockholm.....	<i>Acta mathematica.</i>	Suède.
Stockholm.....	<i>Archiv for Mathematik.</i>	Suède.
Stockholm.....	<i>Bibliotheca mathematica.</i>	Suède.
Tokyo.....	Mathematico-physical Society.	Japon.
Toulouse.....	<i>Annales de la Faculté des Sciences.</i>	France.
Turin.....	Académie des Sciences.	Italie.
Upsal.....	Société Royale des Sciences d'Upsal.	Suède.
Varsovie.....	Prace Matematyczno Fizyczne.	Pologne.
Venise.....	Institut Royal des Sciences, Lettres et Arts.	Italie.
Washington.....	National Academy of Sciences.	États-Unis.
Zagreb (Agram).....	Académie Sud-Slave des Sciences et Beaux-Arts	Yougo-Slavie.
Zurich.....	Naturforschende Gesellschaft.	Suisse.

## COMPTES RENDUS DES SÉANCES.

---

SÉANCE DU 10 JANVIER 1923.

PRÉSIDENTE DE M. CAHEN.

La Société réunie en Assemblée générale procède au renouvellement de son Bureau et d'une partie du Conseil.

*Élections :*

Sont élus à l'unanimité membres de la Société : M. Gosse, maître de conférences à la Faculté des sciences de Grenoble, présenté par MM. Gau et Cotton ; M. Rueff, ancien élève de l'École Polytechnique, présenté par MM. Borel et d'Ocagne.

L'assemblée émet le vœu que le Bureau prenne en considération une proposition de M. Roche, qui demande que le prix de la cotisation soit porté sur la couverture du Bulletin.

---

SÉANCE DU 24 JANVIER 1923.

PRÉSIDENTE DE M. APPELL.

*Élection :*

Est élu à l'unanimité membre de la Société : M. Costantini, agrégé des sciences mathématiques, présenté par MM. Sartre et Galbrun.

*Communications :*

M. Risser : *Sur la théorie des ondes par émergence et par impulsion. Maxima et minima de la dénivellation des particules fluides situées initialement dans le plan  $z = z_0$ .*

Poisson, Cauchy et M. Boussinesq ont déterminé pour un instant donné les points les plus élevés et les plus abaissés de la surface fluide qui sont les sommets des ondes apparentes qui se propagent à cette

surface, dans les cas où l'on étudie les ondes produites par l'émergence, dans un canal, d'un cylindre dont les génératrices sont perpendiculaires à l'axe du canal et en occupent toute la largeur.

Si l'on pouvait distinguer les particules fluides situées dans le plan  $z = z_0$  (en les colorant par exemple), on verrait également apparaître des ondes; nous nous proposons de rechercher ici les maxima et les minima de la dénivellation, en nous plaçant toujours dans le cas des ondes cylindriques. On sait que la dénivellation est définie par l'expression

$$(1) \quad h = \frac{S}{\pi r} \cos \theta - \frac{S}{\pi} \left\{ \sum_0^{\infty} \left[ \frac{t^{4n+2} \cos(2n+2)\theta}{2^{2n+1} r^{2n+2} 4n+1} - \frac{t^{4n+4} \cos(2n+3)\theta}{2^{2n+2} r^{2n+3} 4n+3} \right] \right\},$$

$r$  désigne la distance d'un point  $m$  de la zone d'ébranlement à la particule fluide  $M(x, z)$ ,  $\theta$  l'angle formé par  $mM$  et la verticale,  $S$  l'aire de la section droite du cylindre immergé, et le symbole  $4n+1$  représente le produit  $1, 3, 5, \dots, (4n+1)$  <sup>(1)</sup>.

[ $\zeta = f(\xi)$  désigne l'équation du cylindre et l'on suppose  $\zeta$  négligeable devant  $x$  ou  $z$ .]

Les sommets et les creux des ondes apparentes correspondent à  $\frac{dh}{dx} = 0$  pour  $z = z_0$ , et sont définis par l'équation (2) :

$$(2) \quad \sin 2\theta - \sum_0^{\infty} \left[ \frac{(2n+2) \sin(2n+3)\theta}{\gamma^{2n+1} 4n+1} - \frac{(2n+3) \sin(2n+4)\theta}{\gamma^{2n+2} 4n+3} \right] = 0,$$

avec

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{t^2}{2r}.$$

En développant le premier membre de (2) suivant les puissances successives de  $z$ , et ensuite sur les puissances de  $x$ , nous trouvons :

$$(3) \quad 2 \left( \frac{t^2 x}{2r^2} \right) \frac{x^2}{r^2} f_1 + \frac{z x}{r^2} f_2 - z^2 \left( \frac{t^2 x}{2r^2} \right) \frac{1}{r^2} f_3 + z^3 \left( \frac{t^2 x}{2r^2} \right) \frac{1}{x r^2} f_4 \dots = 0,$$

$$(3') \quad \frac{x z}{r^2} g_1 + \frac{x^3}{3! z r^2} g_2 - \frac{x^5}{5! z^3 r^2} g_3 + \frac{x^7}{7! z^5 r^2} g_4 \dots = 0,$$

alors que les  $f_i$  sont des séries entières alternées en  $\frac{t^2 x}{2r^2}$ , les  $g_j$  sont des séries alternées en  $\frac{t^2 z}{2r^2}$ ; les  $f_i$  et  $g_j$  ont toutes une infinité de racines positives et distinctes.

(1) Voir p. 25 et 140. Thèse de M. Rousier, 1908.

*Étude du phénomène dans le cas où  $\frac{t^2}{2r}$  n'a pas une grande valeur.*

Si après avoir posé conformément aux notations de Poisson  $\left(\frac{t^2 x}{2r^2}\right)^2 = p$ , on fait  $z = 0$  dans (3), on retrouve  $f_1 = 0$ , ce qui donne les points les plus hauts et les plus bas de la surface fluide, en rejetant toutefois les grandes valeurs de  $p$ .

Si la particule fluide envisagée correspond à une valeur de  $z$  finie, et à une valeur de  $x$  qui, tout en étant petite, est supérieure aux valeurs des abscisses de la zone d'ébranlement, il suffit de se reporter à (3'), et l'on constate que l'équation caractéristique des maxima et minima est définie par  $g_1 = 0$ .

Supposons maintenant  $x$  et  $z$  finis, mais  $\frac{t^2}{2r}$  petit; les maxima et minima sont donnés par  $f_2 = 0$ ; on trouve que le sommet de l'onde apparente qui se produira au bout du temps  $t$  en  $(x, z_0)$  correspond à

$$h = \frac{x}{r^2} \left( \frac{p^{\frac{1}{2}}}{1} - \frac{p^{\frac{3}{2}}}{5} + \frac{p^{\frac{5}{2}}}{9} - \frac{p^{\frac{7}{2}}}{13} \dots \right) + \frac{z_0}{r^2} \left[ 1 + \sum_1^{\infty} \frac{C_{\frac{1}{2}n+1}^{\frac{1}{2}n} p^n (-1)^n}{4n+1} \right] - \frac{t^2 z_0^2}{2r^4} \left[ 1 + \sum_1^{\infty} \frac{C_{\frac{3}{2}n+2}^{\frac{3}{2}n} p^n (-1)^n}{4n+1} \right] \dots,$$

où  $C_m^n$  représente le nombre des combinaisons de  $m$  objets  $n$  à  $n$ , et  $\hat{p} = \left(\frac{t^2 x}{2r^2}\right)^2$  une racine de  $f_2 = 0$ . Supposons  $z_0$  fini,  $x$  très grand, tout en gardant à  $\frac{t^2}{2r}$  une valeur petite; en l'occurrence les maxima et les minima sont définis par  $f_1 = 0$ .

*Étude du phénomène dans le cas où  $\frac{t^2}{r^2}$  a une grande valeur.*

Les petites valeurs de  $x$  correspondent à des points situés en dehors de la zone d'ébranlement initial; elles peuvent être telles qu'elles rendent l'expression  $\frac{t^2 x}{2r^2}$  petite ou finie; le problème ne présente pas de difficultés spéciales.

Lorsque  $x$  est fini, et inférieur à  $z$ , on a recours à une méthode d'approximations successives, en partant de

$$g_1 + \frac{x^2}{3! z^2} g_2 \dots = 0.$$

Si au contraire  $z < x$ , on emploie le même procédé, en utilisant

l'équation

$$2\lambda f_1 - \frac{z}{x} f_2 - \frac{z^2}{x^2} \lambda f_3 \dots = 0$$

avec  $\lambda = \frac{t^2 x}{2r^2}$ , et en prenant pour premières valeurs approchées de les racines de  $f_1 = 0$ .

Le problème analogue au précédent, dans le cas de trois dimensions correspondant à un milieu indéfini de profondeur infinie, conduit à l'étude de la série

$$\sum_0^{\infty} (-1)^n \frac{(n+2) P_{n-1} + \cos \theta P'_{n+1}}{(n+2) \dots 2n} \left(\frac{t^2}{2r}\right)^n = 0,$$

où les  $P_{n+1}$  sont les polynomes de Legendre d'ordre  $(n+1)$  en  $\cos \theta$ , et  $\theta$  l'angle formé par la droite joignant le point  $m$  figuratif de l'élément  $dm$  du corps, au point  $(x, y, z)$  occupé par la particule fluide. Cette série peut encore s'écrire

$$\begin{aligned} \sqrt{p} F_1(p) + \frac{\cos \theta}{2 \cdot 1!} F_2(p) - \sqrt{p} \frac{\cos^2 \theta}{2 \cdot 2!} F_3(p) \\ + p \frac{\cos^3 \theta}{2 \cdot 3!} F_4(p) - p \sqrt{p} \frac{\cos^4 \theta}{2 \cdot 4!} F_5(p) \dots = 0 \end{aligned}$$

avec  $\sqrt{p} = \frac{t^2}{2r}$ .

Les  $F_i$  sont des séries entières du type analogue à celui trouvé dans le cas des ondes cylindriques.

Nous rappellerons que l'étude du mouvement, dans un canal de largeur limitée dont la section est rectangulaire, peut être effectuée assez facilement grâce à la théorie des images, lorsqu'on ne considère qu'un élément  $dm$  du corps; si la profondeur est infinie, on trouve en première approximation que la formule de la dénivellation ne fait intervenir que  $(x, z)$ .

Nous avons donné en supposant toujours le corps réduit à un élément  $dm$ , dans le cas où le canal est limité et constitué par un parallélépipède  $x = \pm \frac{a}{2}$ ,  $y = \pm \frac{b}{2}$ ,  $z = c$  la valeur du potentiel des vitesses, en nous inspirant des belles recherches de M. Appell <sup>(1)</sup> et d'un savant Mémoire de M. Boussinesq <sup>(2)</sup>; il est évident qu'en faisant  $b$  et  $c$

<sup>(1)</sup> Développement en séries trigonométriques de certaines fonctions périodiques vérifiant l'équation  $\Delta F = 0$  (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 4<sup>e</sup> série, t. III, 1887).

<sup>(2)</sup> Sur une importante simplification de la théorie des ondes, que produisent à la surface d'un liquide l'immersion d'un solide ou l'impulsion d'un coup de vent (*Annales de l'École Normale supérieure*, 1910).

infinis, on retrouve les résultats afférents au canal indéfini, de profondeur infinie, qui mettent en évidence l'influence de la coordonnée  $y$  de la particule fluide.

---

SÉANCE DU 14 FÉVRIER 1923.

PRÉSIDENTE DE M. GALBRUN.

*Communication :*

M. Fontené : *Sur un théorème de géométrie élémentaire relatif à des compositions de similitude.*

---

SÉANCE DU 28 FÉVRIER 1923.

PRÉSIDENTE DE M. GALBRUN.

*Communication :*

M. E. Kogbetliantz : *Sur les moyennes doubles et le théorème d'équivalence des moyennes arithmétiques d'ordre entier formées d'après Cesàro et d'après Hölder.*

Soient  $s_0, s_1, s_2, \dots, s_n, \dots$  les sommes partielles de la série  $u_0 + u_1 + u_2 + \dots, u_n + \dots$ . A partir de la moyenne  $n^{\text{ième}}$   $s'_n$  de ces sommes

$$h_n^{(1)} = s'_n = \frac{s_0 + s_1 + \dots + s_n}{n+1}$$

on peut former les moyennes successives d'ordres  $k = 2, 3, \dots$ ,

$$h_n^{(k)} = \frac{h_0^{(k-1)} + \dots + h_n^{(k-1)}}{n+1} \quad (k = 2, 3, \dots).$$

Cette définition est celle de Hölder (1).

---

(1) *Math. Annalen.* t. 20, 1883, p. 535-549.

La moyenne  $s_n^{(k)}$  d'ordre  $k$  formée d'après Cesàro <sup>(1)</sup> est définie ainsi

$$s_n^{(k)} = \frac{k\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+k+1)} \sum_{m=0}^n \frac{\Gamma(n-m+k)}{\Gamma(n-m+1)} s_m.$$

Ces deux moyennes  $h_n^{(k)}$ ,  $s_n^{(k)}$  du même ordre sont différentes, mais l'existence de la limite  $s$  pour l'une d'elles entraîne l'existence de la même limite  $s$  pour l'autre quand  $n \rightarrow \infty$ . C'est le fameux <sup>(2)</sup> théorème d'équivalence de deux procédés de sommation par les moyennes arithmétiques : celui de Hölder et celui de Cesàro. Or le premier n'est que le procédé (C, 1) appliqué  $k$  fois de suite, ce qu'on peut noter  $(C, 1)^k$ . En désignant l'équivalence de deux procédés de sommation par le signe  $\sim$  on a donc

$$(1) \quad (C, 1)^k \sim (C, 1) \quad [k = E(k)]$$

comme l'expression du théorème d'équivalence. Cette propriété (1) des moyennes de Cesàro peut être déduite de la propriété plus générale que voici :

$$(2) \quad (C, \delta)(C, \gamma) \sim (C, \delta + \gamma) \sim (C, \gamma)(C, \delta),$$

où  $\delta$  et  $\gamma$  sont deux nombres positifs quelconques entiers ou non entiers. On a donc ce théorème qui concerne les moyennes arithmétiques de Cesàro les plus générales et non seulement les moyennes d'ordre entier  $k = E(k)$  :

**THÉORÈME <sup>(3)</sup>.** — *La série divergente sommable avec la somme S par les moyennes arithmétiques d'ordre  $\delta + \gamma$  est aussi sommable avec la même somme S par l'application du procédé (C,  $\delta$ ) aux moyennes arithmétiques d'ordre  $\gamma$  [ou du procédé (C,  $\gamma$ ) aux moyennes d'ordre  $\delta$ ] et vice versa : la série divergente sommable par les moyennes doubles d'ordres  $\delta$  et  $\gamma$  [ou  $\gamma$  et  $\delta$ ], c'est-à-dire sommable par les moyennes d'ordre  $\delta$  formées à partir des moyennes d'ordre  $\gamma$  [ou par les moyennes d'ordre  $\gamma$  formées à partir des moyennes d'ordre  $\delta$ ] est aussi sommable avec la même somme par les moyennes simples d'ordre  $\delta + \lambda$ .*

<sup>(1)</sup> *Bulletin des Sciences math.*, 2<sup>e</sup> série, t. XIV, 1890, p. 114-120.

<sup>(2)</sup> K. KNOPP, *Dissertation*, Berlin, 1907. — W. SCHNEE, *Math. Annalen*, t. 67, 1909, p. 110-125. — W. FORD, *Amer. Journal of math.*, t. 32, 1910, p. 315-326. — B. OTTOLENGHI, *Padua*, 1911. — G. FABER, *Münch. Berichte*, t. 43, 1913, p. 519-531. — J. SCHUR et K. KNOPP, *Math. Annalen*, t. 74, 1913, p. 447-461. — M. WATANABE, *Jôhoku Math. Journ.*, t. V, 1914, p. 21-28.

<sup>(3)</sup> E. KOGBETLIANTZ, *Comptes rendus Acad. Sci.*, t. 176, 1923, p. 224-227.

On a visiblement le corollaire : Si une série divergente est sommable par l'application répétée du procédé des moyennes arithmétiques d'ordres  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$  elle est aussi sommable avec la même somme par les moyennes simples d'ordre  $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_k$  :

$$(3) \quad (C, \alpha_1)(C, \alpha_2) \dots (C, \alpha_k) \sim (C, \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_k);$$

pour  $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 1$  on obtient le théorème d'équivalence.

La démonstration du théorème énoncé repose sur les deux formules (1) dont la première exprime la moyenne double  $S_N^{(\gamma, \delta)}$  en moyennes simples d'ordres non inférieurs à  $\delta + \gamma$  et la seconde donne le développement de la moyenne simple  $s_N^{(\gamma + \delta)}$  d'ordre  $\gamma + \delta$  suivant les moyennes doubles d'ordre non inférieur à  $\gamma$  formées à partir des moyennes d'ordre  $\delta$  :

$$(4) \quad S_N^{(\gamma, \delta)} = \gamma \cdot \delta \sum_{m=0}^N \frac{F(\gamma, \delta, N + \gamma + \delta + 1, 1)}{F(\gamma, \delta, m + \gamma + \delta + 1, 1)} \frac{s_{(N-m)}^{(m + \gamma + \delta)}}{(m + \gamma)(m + \delta)},$$

$$(5) \quad s_N^{(\gamma + \delta)} = \frac{\Gamma(\gamma + \delta + 1)}{\Gamma(\gamma) \cdot \Gamma(\delta + 1)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(n - \delta)}{(\Gamma - \delta) \cdot \Gamma(n + 1)} \frac{S_N^{(n + \gamma, \delta)}}{n + \gamma}.$$

On prouve ces formules à l'aide des fonctions génératrices  $s^{(\delta)}(z)$  et  $S^{(\gamma, \delta)}(z)$

$$s^{(\delta)}(z) = \sum_0^{\infty} s_n^{(\delta)} z^n, \quad S^{(\gamma, \delta)}(z) = \sum_0^{\infty} S_n^{(\gamma, \delta)} z^n.$$

Ces fonctions sont liées par l'opération de la dérivation à l'indice quelconque

$$\frac{z \gamma S^{(\gamma, \delta)}(z)}{\Gamma(\gamma + 1)} = D^{-\gamma} \left\{ \frac{s^{(\delta)}(z)}{(1-z)^\gamma} \right\},$$

ce qui permet de démontrer (4), tandis que la relation

$$\frac{z \gamma + \delta S^{(\gamma + \delta)}(z)}{\Gamma(\gamma + \delta + 1)} = D^{-\gamma + \delta} \left\{ \frac{S(z)}{(1-z)^{\gamma + \delta}} \right\}$$

avec  $s(z) = \sum_0^{\infty} s_n z^n$  sert de point de départ au calcul qui aboutit à la formule (5).

La formule (4) fait voir qu'on a

$$S_N^{(\gamma, \delta)} = S_N^{(\delta, \gamma)},$$

(1) *Loc. cit.*

c'est-à-dire : *les moyennes d'ordre  $\gamma$  des moyennes d'ordre  $\delta$  sont exactement les mêmes que les moyennes d'ordre  $\delta$ , des moyennes d'ordre  $\gamma$* , ce qui n'est nullement évident *a priori*.

M. Appell : *Remarque sur une équation de M. Painlevé.*

---

SÉANCE DU 14 MARS 1923.

PRÉSIDENTE DE M. GALBRUN.

*Élection :*

Est élu à l'unanimité membre de la Société : M. Chénevier, professeur au lycée Henri IV, présenté par MM. Jacquet et Thybaut.

*Communication :*

M. Galbrun : *Sur la translation rectiligne et uniforme en mécanique.* (A propos d'une erreur fréquente des relativistes.)

---

SÉANCE DU 11 AVRIL 1923.

PRÉSIDENTE DE M. GALBRUN.

*Élection :*

Est élu à l'unanimité membre de la Société : M. Salem, présenté par MM. Hadamard et Galbrun.

*Communication :*

M. Noaillon : *Sur le problème de Neumann pour la sphère.*

Il s'agit de trouver la fonction harmonique  $\varphi(x, y, z)$  en un point quelconque  $P(x, y, z)$  du domaine limité par une sphère  $\sigma$  de centre  $O$  et de rayon  $R$ , connaissant la valeur de la dérivée normale  $\frac{d\varphi(M)}{dn}$  en chaque point  $M$  de la sphère  $\sigma$ . Pour achever de déterminer le problème on devra donner la valeur de  $\varphi$  en un point  $P_0$  par exemple

au centre O. La condition de possibilité est, comme on sait,

$$(1) \quad \int_{\sigma} \frac{d\varphi(M)}{dn} dM = 0.$$

Dans cette formule et dans ce qui suit, nous représentons par M un point variable sur la sphère  $\sigma$  et par  $dM$  un élément de l'aire  $\sigma$  autour du point M.

Les coordonnées de M étant X, Y, Z, les cosinus directeurs de la normale extérieure en M sont

$$\frac{X}{R}, \frac{Y}{R}, \frac{Z}{R},$$

donc

$$\frac{d\varphi(M)}{dn_e} = \frac{1}{R} \left[ X \frac{\partial \varphi}{\partial X} + Y \frac{\partial \varphi}{\partial Y} + Z \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right].$$

Or on vérifie facilement que si  $\varphi(x, y, z)$  est harmonique, la fonction

$$(2) \quad \psi(x, y, z) = x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

l'est également.

Nous sommes donc amené à rechercher d'abord la fonction harmonique  $\psi(P)$ , régulière à l'intérieur de la sphère  $\sigma$ , connaissant, en chaque point M de la surface  $\sigma$ , sa valeur donnée par

$$(3) \quad \psi(M) = R \frac{d\varphi(M)}{dn_e}.$$

La solution de ce problème est donnée par la formule de Poisson

$$4\pi \psi(P) = \int_{\sigma} \frac{R^2 - |P|^2}{|M - P|^3} \frac{\psi(M)}{R} dM,$$

où  $(M - P)$  est le vecteur dont les composantes sont les différences entre les coordonnées de M et de P et  $|M - P|$  la longueur de ce vecteur, et où  $|P|^2 = x^2 + y^2 + z^2$ .

On a donc

$$(4) \quad 4\pi \psi(P) = \int_{\sigma} \frac{R^2 - |P|^2}{|M - P|^3} \frac{d\varphi(M)}{dn_e} dM.$$

Mais d'après la formule (2) on a

$$\frac{\psi(P)}{|P|} = \frac{x}{|P|} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{y}{|P|} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{z}{|P|} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{d\varphi(P)}{d|P|},$$

le dernier membre indiquant une dérivée prise suivant le chemin rectiligne allant de O en P.

Soit  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  un point donné du domaine limité par  $\sigma$ . Connaissant la valeur de la dérivée  $\frac{d\varphi(M)}{d|P|}$  en chaque point P de la droite OP, on remontera à la valeur de  $\varphi(P_1)$  par la formule

$$\varphi(P_1) - \varphi(O) = \int_0^{P_1} \frac{d\varphi(P)}{d|P|} d|P| = \int_0^{P_1} \frac{d|P|}{|P|}.$$

Ou, en représentant par  $\theta$  une variable allant de 0 à 1 et par  $\theta P_1$  le point P de coordonnées de  $\theta x_1, \theta y_1, \theta z_1$ ,

$$\varphi(P_1) - \varphi(O) = \int_0^1 \psi(\theta P_1) \frac{d\theta}{\theta}$$

ou à cause de (4)

$$(5) \quad 4\pi[\varphi(P_1) - \varphi(O)] = \int_0^1 \frac{d\theta}{\theta} \int_{\sigma} \frac{R^2 - \theta^2 |P_1|^2}{|M - \theta P_1|^3} \frac{d\varphi(M)}{dn_e} dM.$$

Dans le deuxième membre, l'expression à intégrer sous le signe  $\int_0^1 d\theta$  est bornée même dans le voisinage de  $\theta = 0$  parce que le facteur

$$\int_{\sigma} \frac{R^2 - \theta^2 |P_1|^2}{|M - \theta P_1|^3} \frac{d\varphi}{dn} dM,$$

se réduisant pour  $\theta = 0$  à

$$\frac{1}{R} \int_{\sigma} \frac{d\varphi}{dn} dM = 0 \quad (\text{condition 1}),$$

est divisible par  $\theta$ .

Notre formulé (5) résout le problème proposé; elle est, à certains égards, plus simple que la formule de Neumann. Nous allons vérifier qu'elle donne bien le même résultat.

Nous devons tout d'abord observer que dans la formule (5) on n'a pas le droit d'invertir l'ordre des intégrations, puisque l'intégrale

$$\int_0^1 \frac{d\theta}{\theta} \frac{R^2 - \theta^2 |P_1|^2}{|M - \theta P_1|^3}$$

est infinie. Mais nous pouvons remplacer la formule (4) par une autre qui nous conduira à une intégrale plus maniable.

En effet, en combinant (4) avec (1) on obtient

$$(4 \text{ bis}) \quad 4\pi(P) = \int \left\{ \frac{R^2 - |P|^2}{|M - P|^3} + C \right\} \frac{d\varphi(M)}{dn_e} dM,$$

où C est une arbitraire indépendante de M.

La formule (5) est alors remplacée par

$$(5 \text{ bis}) \quad 4\pi\psi[\varphi(P_1) - \varphi(O)] = \int_{\sigma} \frac{d\theta}{\theta} \left\{ \frac{R^2 - \theta^2 |P_1|^2}{|M - \theta P_1|^3} + C \right\} \frac{d\varphi(M)}{dn_e} dM.$$

En prenant  $C = -\frac{1}{R}$  l'expression entre  $\{ \}$  sera divisible par  $\theta$  et nous aurons affaire à une intégrale triple portant sur une fonction bornée; nous pourrions changer l'ordre des intégrations :

$$(6) \quad 4\pi[\varphi(P_1) - \varphi(O)] = \int_{\sigma} \frac{d\varphi(M)}{dn_e} dM \int_{OP_1} \left\{ \frac{R^2 - |P|^2}{|M - P|^3} - \frac{1}{R} \right\} \frac{d|P|}{|P|}.$$

Pour effectuer l'intégration

$$\int_{OP_1} \left\{ \frac{R^2 - |P|^2}{|M - P|^3} - \frac{1}{R} \right\} \frac{d|P|}{|P|}$$

dans laquelle, le point M restant fixe sur  $\sigma$ , le point P parcourt *rectilignement* le segment  $OP_1$ , nous poserons :

$$\begin{aligned} \text{angle } P_1OM &= \alpha, \\ \text{angle } OMP &= \beta. \end{aligned}$$

Le premier de ces angles est fixe, le deuxième sera pris pour nouvelle variable d'intégration au lieu de  $|P|$ . On a

$$\frac{|M - P|}{\sin \alpha} = \frac{|P|}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin(\alpha + \beta)}.$$

On en déduit pour l'intégrale cherchée l'expression

$$\int_0^{\beta} \left\{ \left[ 1 - \frac{\sin^2 \beta}{\sin^2(\alpha + \beta)} \right] \frac{\sin^3(\alpha + \beta)}{\sin^3 \alpha} - 1 \right\} \frac{1}{R} \frac{\sin \alpha}{\sin \beta \sin(\alpha + \beta)} d\beta$$

qui est égale à

$$\frac{2}{|M - P_1|} - \frac{2}{R} - \frac{1}{R} \log \left\{ \frac{|M - P_1| + R - |P_1| \cos \alpha}{2R} \right\}.$$

Donc (6) nous donne

$$4\pi[\varphi(P_1) - \varphi(O)] = \int \left[ \frac{2}{|M - P_1|} - \frac{2}{R} - \frac{1}{R} \log \left\{ \right\} \right] \frac{d\varphi(M)}{dn_e} dM,$$

ou même, puisque d'après la condition (1)

$$\int_{\sigma} \frac{2}{R} \frac{d\varphi(M)}{dn} dM = \frac{2}{R} \int_{\sigma} \frac{d\varphi(M)}{dn} dM = 0,$$

$$4\pi[\varphi(P_1) - \varphi(O)] = \int_{\sigma} \left[ \frac{2}{|M - P_1|} - \frac{1}{R} \log \right. \\ \left. \times \left\{ \frac{|M - P_1| + R - P_1 |\cos \alpha_1|}{2R} \right\} \right] \frac{d\varphi(M)}{dn_e} dM$$

ce qui est bien la formule de Neumann (1).

#### SÉANCE DU 23 AVRIL 1923.

PRÉSIDENTE DE M. GALBRUN.

*Communications :*

M. le commandant Barré : *Sur les figures d'équilibre d'un câble immergé dans un courant de vitesse constante.*

M. Auric : *Sur les courbes de raccordement.*

#### SEANCE DU 9 MAI 1923.

PRÉSIDENTE DE M. P. LÉVY.

*Élections :*

Sont élus à l'unanimité membres de la Société : M. Macaigne, bibliothécaire à l'Université de Poitiers, présenté par MM. Garnier et Bouligand; M<sup>lle</sup> Guitel, professeur au lycée de jeunes filles de Rennes, présentée par MM. Leroux et Janet.

(1) Voir HADAMARD, *Propagation des ondes*, p. 47.

*Communications :*

Exposés, pour le Séminaire mathématique de M. Hadamard :

M. Julia : *Sur la permutabilité des substitutions rationnelles.*

(D'après son mémoire de juin-juillet 1922, dans les *Annales de l'École Normale supérieure.*)

M. Got : *Sur quelques travaux relatifs au théorème de Tchebychef sur les cartes géographiques.*

---

SÉANCE DU 23 MAI 1923.

PRÉSIDENCE DE M. GALBRUN.

*Communication :*

M. Delens : *Sur quelques représentations géométriques et interprétations mécaniques.*

I. On doit à C.-T. Levis une intéressante génération du cylindroïde : un point  $p$  décrit un cercle ( $\Gamma$ ) d'un mouvement uniforme de vitesse angulaire  $\omega$ , tandis que ce cercle pivote autour d'un axe  $Ot$ , de son plan d'un mouvement uniforme de vitesse angulaire  $\frac{\omega}{2}$ . La trajectoire résultant du point  $p$  est alors une directrice du cylindroïde d'axe  $Ot$ , dont le cercle ( $\Gamma$ ) constitue une image, chacun de ses points représentant une des *vis de Ball* dont le faisceau forme le cylindroïde. Ayant reconnu dans cette composition des vis une addition géométrique employée dans la théorie des variables complexes, j'ai cherché une démonstration directe de la propriété.

Adjoignons pour cela au plan  $Oxy$  de la variable complexe  $z$  l'axe normal  $Ot$  qui est celui du cylindroïde. Une vis de Ball unitaire — et rencontrant à angle droit l'axe  $Ot$  — est constituée par un segment unitaire  $\overline{ns}$ , associé à un couple d'axe  $\varpi s$  ( $\varpi$  est le pas de la vis). Cette vis est représentée en  $O$  par le vecteur  $\vec{Of} = s$  du plan  $xy$ , et le moment vectoriel résultant

$$\vec{Om}' = \varpi s + \delta \eta s,$$

$\eta$  étant la côte du point  $n$ ,  $\delta$  le verseur droit du plan.

Soit  $s_0$  le vecteur unitaire suivant  $Ox$ ,

$$\vec{Of} = s = e^{i\theta} s_0$$

et la rotation inverse ramenant la composante  $\varpi s$  suivant  $\varpi s_0$  et le vecteur  $\vec{Om}'$  en  $\vec{Om}$ , on a

$$\vec{Om}' = e^{i\theta} \vec{Om}.$$

On composera les vis du cylindroïde en effectuant les additions géométriques : 1° des vecteurs  $\vec{Of}$  des vecteurs; 2° des vecteurs  $\vec{Om}'$ , affectés préalablement de coefficients  $\lambda$  (amplitude des vis). Or ceci peut se faire par une seule addition des vecteurs  $\vec{om}$  affectés des coefficients complexe  $\lambda e^{i\theta}$ . Soient en effet deux vis d'amplitudes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  composées en une vis d'amplitude  $\lambda$ ; substituons aux vecteurs leurs affixes imaginaires, et écrivons

$$(1) \quad \lambda e^{i\theta} z = \lambda_1 e^{i\theta_1} z_1 + \lambda_2 e^{i\theta_2} z_2$$

pour

$$\lambda \vec{Om}' = \lambda_1 \vec{Om}'_1 + \lambda_2 \vec{Om}'_2$$

ou

$$\lambda e^{i\theta} \vec{Om} = \lambda_1 e^{i\theta_1} \vec{Om}_1 + \lambda_2 e^{i\theta_2} \vec{Om}_2.$$

Si l'on adjoint la condition

$$(2) \quad \lambda e^{i\theta} = \lambda_1 e^{i\theta_1} + \lambda_2 e^{i\theta_2}$$

ou

$$s = s_1 + s_2,$$

le point  $m$  est alors tel que

$$\frac{z_1 - z}{z_2 - z} = - \frac{\lambda_2 e^{i\theta_2}}{\lambda_1 e^{i\theta_1}},$$

c'est-à-dire qu'il appartient au cercle passant par  $m_1$  et  $m_2$  et capable de l'angle  $\pi + \theta_2 - \theta_1$ , et se déplace sur ce cercle quand le rapport  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$  varie. Ce cercle (C) accompagné de l'axe  $Oy$ , est donc la même image du cylindroïde que le cercle (Γ) avec l'axe  $Oz$ . On voit facilement que cette représentation est indépendante de l'orientation des axes  $Ox, Oy$ , comme du choix du point  $O$  sur l'axe du cylindroïde. Les constructions géométriques effectuées ne dépendent en réalité aucu-

nement des vecteurs  $Om_1, Om_2$ , mais seulement de leurs extrémités  $m_1, m_2$ ; aussi on peut appeler *addition cyclique* de ces points, affectés de masses vectorielles (ou complexes), l'opération réalisée, qui généralise la construction du centre de masses scalaires.

La représentation indiquée ne se borne pas au cylindroïde, mais est valable pour toute vis rencontrant à angle droit l'axe  $Ot$ . On pourra par exemple représenter ainsi les actions exercées par un solide sur l'axe  $Ot$ , supposé rigide et poli, chaque élément  $d\sigma$  de cet axe supportant des forces équivalentes à une vis infiniment petite, figurée en  $O$  par son vecteur d'affixe  $dz$  et son moment vectoriel d'affixe  $dZ'$ ; en posant comme précédemment

$$dZ' = Z dz;$$

la répartition des efforts est représentée dans le plan  $Oxy$  au moyen d'une correspondance  $Z = F(z)$ ; ainsi les intégrales  $\int dz$  et  $\int Z dz$  mesurent les éléments de la vis résultante.

II. Il est une autre addition circulaire dans le plan, très voisine de l'addition cyclique précédente, et qui fournit une nouvelle interprétation mécanique des fonctions de variables complexes. C'est celle qu'on emploie dans l'astatique du plan, et que je vais rattacher à la précédente.

Soient des points  $m_p$  du plan, auxquels sont appliqués des vecteurs-forces  $v_p$ ; il leur correspond en général un centre de forces  $m'$ , affecté de la résultante  $v$ , et la position de ce centre est indépendante d'une même similitude (directe) effectuée sur tous les vecteurs, et agissant de même sur le vecteur résultant. C'est ce que je noterai par

$$(3) \quad \Sigma v_p \diamond m_p = v \diamond m'$$

en utilisant le symbole  $\diamond$  comme celui du *produit cocyclique* entre points et vecteurs du plan; il est facile de définir ce produit de manière formelle, et de sorte que l'égalité (3) entraîne celle des produits cocycliques entre vecteurs :

$$(3') \quad \Sigma v_p \diamond (m_p - o) = v \diamond (m' - o)$$

quel que soit le point  $O$  du plan; elle entraîne aussi par suite

$$(4) \quad \Sigma v_p = v.$$

Je représenterai au contraire par

$$(5) \quad \Sigma v_p \cup m_p = v \cup m$$

l'addition cyclique déjà employée, cette égalité entraînant aussi

$$(5') \quad \Sigma v_p \cup (m_p - o) = v \cup (m - o)$$

et par suite l'égalité (4); le symbole  $\cup$  est celui du *produit cyclique* <sup>(1)</sup> entre points et vecteurs du plan et un tel produit entre vecteurs est isomorphe au produit complexe de leurs affixes.

Par une construction connue en astatique, décomposons chaque vecteur  $v_p$  en sa composante  $u_p$  parallèle à  $v$  et sa composante  $w_p$  perpendiculaire :

$$(6) \quad \Sigma w_p = o,$$

$$(7) \quad \Sigma u_p \diamond m_p = v \diamond m'',$$

$$(8) \quad \Sigma u_p \cup m_p = v \cup m'',$$

$m''$  étant le centre des forces parallèles  $u_p$  attachées aux  $m_p$ .

De (3) et (7) on déduit

$$\Sigma w_p \diamond m_p = v \diamond (m' - m'').$$

De (5) et (8)

$$\Sigma w_p \cup m_p = v \cup (m - m'').$$

Mais, à cause de (6), les premiers membres de ces équations sont des produits de vecteurs  $\lambda \delta v \diamond (a - b)$  et  $\lambda \delta v \cup (a - b)$ ,  $a$  et  $b$  étant les centres des forces parallèles  $w_p$ , perpendiculaires à  $v$ , mais composées séparément dans les deux sens opposés. Donc :

$$(9) \quad \lambda \delta v \diamond (a - b) = v \diamond (m' - m''),$$

$$(10) \quad \lambda \delta v \cup (a - b) = v \cup (m - m''),$$

ce qui entraîne

$$m' - m'' = m'' - m,$$

autrement dit le centre (astatique) des forces  $v_p$  et celui fourni par l'addition cyclique sont symétriques par rapport au centre des composantes parallèles au vecteur résultant; on reconnaît encore que ces points sont les deux foyers et le centre de la forme quadratique imaginaire, astatiquement invariante, d'équation tangentielle

$$\sum_{p,q} (v_p \times v_q) [m_p X] [m_q X] = o$$

(1) J'ai étudié les produits cycliques du plan dans l'*Enseignement mathématique*, t. XXII, n° 6.

( $v_p \times v_q$ ) étant un produit intérieur de vecteurs, [ $m_p X$ ] et  $m_p X$ ] les distances des points  $m_p, m_q$  à la droite unitaire X.

J'ai utilisé ici des produits géométriques indépendants de tout repère, mais le produit cocyclique des vecteurs du plan se traduit facilement par un produit entre affixes complexes au moyen d'un isomorphisme, de sorte qu'à l'égalité entre vecteurs

$$\vec{O m_1} \diamond \vec{O m_2} = \vec{O m_3} \diamond \vec{O m_4}$$

correspond l'égalité complexe

$$z_1 K z_2 = z_3 K z_4 \quad (K = \text{conjugué de})$$

ou

$$\frac{z_1}{z_2} = K \frac{z_3}{z_4}.$$

On passe donc d'une des additions à l'autre en remplaçant les vecteurs  $v_p$  en  $m_p$  par des vecteurs  $v'_p$  d'affixes conjuguées, sauf à faire l'opération inverse à la fin de l'addition. Ce changement revient à faire subir aux vecteurs  $v_p$  un renversement autour d'un axe du plan, ce qui explique que les centres  $m$  et  $m'$  trouvés appartiennent au cercle focal lié au système dans l'astatique de l'espace.

On a ainsi une nouvelle interprétation des relations entre variables complexes au moyen de l'astatique plane.

---

#### SÉANCE DU 13 JUIN 1923.

PRÉSIDENTE DE M. APPELL.

*Communication :*

Conférence de M. Brunschwig : *Le Génie scientifique de Pascal.*  
(Cette conférence sera publiée dans la *Revue Philosophique* en 1924).

---

#### SÉANCE DU 27 JUIN 1923.

PRÉSIDENTE DE M. GALBRUN.

*Élection :*

Est élu à l'unanimité membre de la Société : M. Serge Bernstein, professeur à l'Université de Kharkow, présenté par MM. Borel et Galbrun.

*Communication :*

M. Du Pasquier : *Sur la surface et le volume de l'hypersphère.*

En partant des formules connues qui donnent la surface  $S_n$  de l'hypersphère dans l'espace à  $n$  dimensions, on démontre aisément que  $\frac{S_{n+1}}{S_n} \rightarrow 0$  lorsque  $n \rightarrow \infty$  et l'on en déduit ce curieux théorème : *Le rayon de l'hypersphère, arbitrairement choisi d'ailleurs, étant supposé constant, sa surface passe par un maximum, puis tend vers zéro, lorsque le nombre des dimensions devient de plus en plus grand.* Ce maximum a lieu dans le spatium à  $k$  dimensions,  $sp_k$ , quand le nombre entier  $k$  est tel que

$$(1) \quad k-1 < 2\pi r^2 < k.$$

En d'autres termes, le rayon  $r$  étant fixe, la surface  $S_k$ , fonction de  $k$ , est maximale, quand le nombre  $k$  des dimensions du champ est le plus grand nombre entier contenu dans  $(2\pi r^2 + 1)$ .

Il suit de la formule  $V_n = \frac{S_n}{n}$  qu'un théorème analogue subsiste pour le volume  $V_n$  de l'hypersphère. Ce volume, lorsqu'on maintient le rayon  $r$  constant, est une fonction du nombre  $n$  des dimensions. *Ce volume passe par un maximum, puis tend vers zéro, lorsque  $n$  augmente au delà de toute limite. Le maximum du volume a lieu dans le spatium à  $h$  dimensions, lorsque  $h$  est le plus grand nombre entier contenu dans  $(2\pi r^2 + 1)$ .* Il en découle que, pour un même rayon,  $h = k - 2$ .

Si, inversement, on prescrit  $k$  (ou  $h$ ), nombre des dimensions du spatium où doit avoir lieu le maximum de la surface (ou du volume) envisagée comme fonction de  $k$  (ou de  $h$ ), on déduit aisément des inégalités (1) les limites entre lesquelles le rayon doit être compris, pour que  $S_k$  (ou  $V_h$ ) soit effectivement maximum.

---

SÉANCE DU 11 JUILLET 1923.

PRÉSIDENCE DE M. GALBRUN.

*Élections :*

Sont élus à l'unanimité membres de la Société : MM. Louvet, chef d'escadron d'artillerie coloniale, présenté par MM. Fabry et Got;

Lhébrard, professeur au lycée Janson-de-Sailly, présenté par MM. Galbrun et Montel.

*Communications :*

M. Kasner : *Sur les courbures de Riemann et de Ricci.*

M. Ritt : *Sur les fonctions algébriques qui peuvent s'exprimer par des radicaux.*

---

SÉANCE DU 24 OCTOBRE 1923.

PRÉSIDENTE DE M. APPELL.

*Communications :*

M. A. Cahen : *Sur les fractions continues dérivées de fonctions fondamentales.* (Voir le résumé de cette communication dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences.*)

M. Du Pasquier : *Sur une classe de déterminants à éléments variables.*

1. Sachant qu'une fonction  $u(x)$  satisfait à une équation différentielle donnée, on peut se proposer de trouver à quelle équation différentielle satisfait une autre fonction  $y(x)$  qui a les mêmes singularités que  $u$  et, en outre, un pôle simple au point  $x = b$ , régulier pour  $u(x)$ , ou plus généralement une fonction  $y(x)$  qui a, en plus des singularités de  $u$ , encore  $p$  pôles aux points  $b_\lambda$  du plan complexe, distincts ou non ( $\lambda = 1, 2, \dots, p$ ). Ce problème se résout assez facilement quand  $u(x)$  est l'intégrale d'une équation différentielle linéaire. Commençons par le cas le plus simple des fonctions sans aucune singularité à distance finie, et soit

$$u(x) = a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_n,$$

l'intégrale générale de  $u^{(n)}(x) = 0$ . La fonction  $y = u(x) : (x - b)$ , qui a un pôle simple, est l'intégrale générale de l'équation différentielle de l'ordre  $n + 1$  et du deuxième degré

$$(1) \quad \begin{vmatrix} y^{(n)} & n y^{(n+1)} \\ y^{(n+1)} & (n+1) y^{(n)} \end{vmatrix} = 0.$$

La fonction  $y = u(x) : (x^2 + c_1 x + c_2)$ , qui a deux pôles, est

l'intégrale générale de l'équation différentielle de l'ordre  $n + 2$  et du troisième degré

$$(2) \quad \begin{vmatrix} y^{(n)} & n y^{(n-1)} & \binom{n}{2} y^{(n-2)} \\ y^{(n+1)} & (n+1) y^{(n)} & \binom{n+1}{2} y^{(n-1)} \\ y^{(n+2)} & (n+2) y^{(n+1)} & \binom{n+2}{2} y^{(n)} \end{vmatrix} = 0.$$

De même encore, l'équation de l'ordre  $n + 3$  et du quatrième degré

$$(3) \quad \begin{vmatrix} y^{(n)} & n y^{(n-1)} & \binom{n}{2} y^{(n-2)} & \binom{n}{3} y^{(n-3)} \\ y^{(n+1)} & (n+1) y^{(n)} & \binom{n+1}{2} y^{(n-1)} & \binom{n+1}{3} y^{(n-2)} \\ y^{(n+2)} & (n+2) y^{(n+1)} & \binom{n+2}{2} y^{(n)} & \binom{n+2}{3} y^{(n-1)} \\ y^{(n+3)} & (n+3) y^{(n+2)} & \binom{n+3}{2} y^{(n+1)} & \binom{n+3}{3} y^{(n)} \end{vmatrix} = 0$$

admet comme intégrale générale la fonction rationnelle à trois pôles

$$y = u(x) : (x^3 + c_1 x^2 + c_2 x + c^3),$$

et ainsi de suite.

2. Au lieu de  $u^{(n)}(x) = 0$ , envisageons maintenant une équation différentielle linéaire binôme de la forme

$$(4) \quad u^{(n)}(x) - \alpha \cdot u(x) = 0,$$

où  $\alpha$  représente une fonction dérivable quelconque de  $x$ , qui peut se réduire à une constante. Dans ce cas, les fonctions ci-dessus envisagées,

$$y = \frac{u(x)}{x - b}, \quad y = \frac{u(x)}{x^2 + c_1 x + c_2}, \quad \dots,$$

sont les intégrales générales des équations différentielles suivantes :

$$(5) \quad \begin{vmatrix} y^{(n)} - \alpha y & n y^{(n-1)} \\ y^{(n+1)} - (\alpha y)' & (n+1) y^{(n)} \end{vmatrix} = 0,$$

$$(6) \quad \begin{vmatrix} y^{(n)} - \alpha y & n y^{(n-1)} & \binom{n}{2} y^{(n-2)} \\ y^{(n+1)} - (\alpha y)' & (n+1) y^{(n)} - \alpha y & \binom{n+1}{2} y^{(n-1)} \\ y^{(n+2)} - (\alpha y)'' & (n+2) y^{(n+1)} - 2(\alpha y)' & \binom{n+2}{2} y^{(n)} - \alpha y \end{vmatrix} = 0.$$

3. Notre problème conduit à une catégorie spéciale d'équations différentielles de l'ordre  $n + r$  et du  $(r + 1)^{\text{ième}}$  degré, jouissant de l'importante propriété que leur intégration se ramène à celle d'une équation linéaire de l'ordre  $n$  seulement. Le premier membre de ces équations spéciales peut toujours se mettre sous forme d'un déterminant

$$(7) \quad \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & \dots & f_{1r} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & \dots & f_{2r} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & \dots & f_{3r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{r1} & f_{r2} & f_{r3} & \dots & f_{rr} \end{vmatrix} \equiv D \text{ (}^1\text{)},$$

que l'on peut écrire immédiatement en appliquant les règles suivantes :

*a.* Tout élément  $f_{i+1,k+1}$  qui ne se trouve pas dans la première ligne ( $i > 0$ ) est la somme de la dérivée de l'élément qui se trouve immédiatement au-dessus de lui et de l'élément immédiatement à gauche de ce dernier; en formule

$$f_{i+1,k+1} = f'_{i,k+1} + f_{i,k}.$$

*b.* Les éléments de la première colonne de gauche,  $f_{k,1}$ , se déduisent du premier,  $f_{11}$ , par dérivations successives. A remarquer que cette règle *b* est comprise dans la première, *a*, si l'on imagine qu'une colonne auxiliaire fictive, composée uniquement de zéros, soit placée à gauche du déterminant  $D$ . On constate que cette loi de formation s'applique bien à tous les déterminants précédents (1), (2), (3), (5), (6).

4. Pour pouvoir écrire le déterminant  $D$ , il suffit dès lors d'en connaître la première ligne,  $f_{11}, f_{12}, f_{13}, \dots, f_{1r}$ . Voici comment elle se forme. Supposons que  $u(x)$  soit l'intégrale générale de l'équation

$$(8) \quad u^{(n)}(x) = \alpha u + \alpha_1 u' + \alpha_2 u'' + \alpha_3 u''' + \dots + \alpha_k u^{(k)},$$

où les  $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$ , représentent des fonctions dérivables de  $x$ , qui peuvent se réduire à des constantes, et où le nombre entier positif  $k$  est inférieur à  $n$ . Déduisons de  $u$  la nouvelle fonction

$$y \equiv \frac{u(x)}{(x - b_1)(x - b_2) \dots (x - b_p)}.$$

---

(<sup>1</sup>) Le signe  $\equiv$  signifie « égal par définition ».

Les éléments  $f_{i\lambda}$  de la première ligne du déterminant D sont alors

$$\begin{aligned} f_{11} &\equiv n y^{(n)} - \alpha y - \alpha_1 y' - \alpha_2 y'' - \alpha_3 y''' - \alpha^4 y^{(4)} - \dots - \alpha_k y^{(k)}, \\ f_{12} &\equiv \binom{n}{1} y^{(n-1)} - \alpha_1 y - 2\alpha_2 y' - 3\alpha_3 y'' - 4\alpha_4 y''' - \dots - \binom{k}{1} \alpha_k y^{(k-1)}, \\ f_{13} &\equiv \binom{n}{2} y^{(n-2)} - \alpha_2 y - 3\alpha_3 y' - 6\alpha_4 y'' - \dots - \binom{k}{2} \alpha_k y^{(k-2)}, \\ f_{14} &\equiv \binom{n}{3} y^{(n-3)} - \alpha_3 y - 4\alpha_4 y' - \dots - \binom{k}{3} \alpha_k y^{(k-3)}, \\ &\dots\dots\dots \\ f_{1p} &\equiv \binom{n}{p-1} y^{(n-p+1)} - \alpha_{p-1} y - \dots \end{aligned}$$

5. Comme exemple, soit  $n = 3$ ,  $k = 1$ ,  $p = 2$ . La fonction  $u$  est dans ce cas l'intégrale générale de l'équation différentielle

$$(9) \quad u''' = \alpha u + \alpha_1 u',$$

et la première ligne du déterminant D du n° 3 devient

$$f_{11} = y''' - \alpha y - \alpha_1 y'; \quad f_{12} = 3y'' - \alpha_1 y; \quad f_{13} = 3y'.$$

On en déduit, en appliquant les règles du n° 3

$$\begin{aligned} f_{21} &= f'_{11}; & f_{22} &= f_{11} + f'_{12}; & f_{23} &= f_{12} + f'_{13}; \\ f_{31} &= f'_{21}; & f_{32} &= f_{21} + f'_{22}; & f_{33} &= f_{22} + f'_{23}. \end{aligned}$$

On peut dès lors écrire immédiatement l'équation différentielle à laquelle satisfait la fonction  $y = u(x) : (x^2 + c_1 x + c_2)$ , quand  $u$  est déterminée par (9). L'équation ainsi obtenue,  $D = 0$ , appartient à une catégorie spéciale d'équations différentielles du cinquième ordre et du troisième degré, dont l'intégration se ramène immédiatement à celle de (8). Elle rentre comme cas particulier dans une classe d'équations étudiée par M. J. Möll (1). La méthode qui conduit aux résultats ci-dessus s'applique d'ailleurs à des cas beaucoup plus généraux.

SEANCE DU 14 NOVEMBRE 1923.

PRÉSIDENCE DE M. GALBRUN.

*Communication :*

M. Noaillon : *Sur les pôles des fonctions harmoniques.*

(1) *Mitteilungen des math. Seminars der Univ. Giessen*, Heft IV, 1922. Voir

*Notations.*

- $P$  = point de coordonnées  $x_1 x_2 \dots x_\nu$  (réelles),  
 $|P| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_\nu^2}$ ,  
 $\overline{I(P)}$  = toute grandeur indépendante des coordonnées de  $P$ ,  
 $\bar{\lambda}$  = toute fonction dont le module reste  $\leq 1$ ,  
 $\bar{\lambda} \cdot \overline{I(P)}$  = toute fonction qui reste, en module, inférieure à un nombre indépendant du point  $P$ .

**THÉORÈME I.** — *Si  $G(P)$  est une fonction entière des coordonnées du point  $P$  satisfaisant à l'équation de Laplace*

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_\nu^2} \right) G(P) = 0,$$

*et si pour les valeurs réelles de  $P$  on a*

$$G(P) = |P|^n \cdot \bar{\lambda} \cdot \overline{I(P)},$$

*la fonction  $G(P)$  se réduira à un polynôme en  $x_1, \dots, x_\nu$ , de degré  $\bar{\leq} n$ .*

C'est l'analogie d'un théorème de Lionville sur les fonctions entières de  $x + \gamma\sqrt{-1}$ . Pour  $n = 0$  on retrouve le théorème connu de M. Picard.

**THÉORÈME II.** — *Si l'infini est un point singulier isolé (dans le domaine réel) pour la fonction harmonique  $F(P)$  et si dans le voisinage de l'infini on a*

$$F(P) = |P|^n \cdot \bar{\lambda} \cdot \overline{I(P)},$$

*l'infini sera un pôle <sup>(1)</sup> d'ordre  $\bar{\leq} n$ .*

**THÉORÈME III.** — *Si le point  $P_0$  est un point singulier réel isolé pour la fonction harmonique  $F(P)$  et si dans le voisinage de ce*

aussi un Mémoire de M. P. APPELL, *Sur les invariants de quelques équations différentielles* (*Journal de Mathématiques*, 4<sup>e</sup> série, t. 5, 1899, p. 361-423); la Thèse de M. P. RIVEREAU, *Sur les invariants de certaines classes d'équations différentielles*, Paris, 1890; et un Mémoire de M. E. VESSIOT, *Sur quelques équations différentielles ordinaires du second ordre* (*Ann. Fac. Sciences de Toulouse*, t. 9, 1895, F, p. 1-26).

(<sup>1</sup>) Au sens de M. Appell, *Acta mathematica*, t. 4, 1884, p. 321.

point on a

$$F(P) = \frac{1}{|P - P_0|^n} \cdot \bar{\lambda} \cdot \overline{I(P)},$$

le point  $P_0$  sera un pôle d'ordre  $\bar{\lambda} n$ .

---

SÉANCE DU 12 DÉCEMBRE 1923

PRÉSIDENTE DE M. AURIC.

*Élections :*

Sont élus à l'unanimité membres de la Société : MM. Anton Vakselj, présenté par MM. Galbrun et Got; le Lieutenant-Colonel Mussel, présenté par MM. le commandant Barré et Got; Lloyd L. Dines, professeur de mathématiques à l'Université de Saskatoon (Saskatchewan), présenté par MM. Chapelon et Chazy.

*Communication :*

M. Wladimir Kostitzin : *Sur le travail mathématique à Moscou dans les circonstances actuelles.*

---

SÉANCE DU 26 DÉCEMBRE 1923.

PRÉSIDENTE DE M. LE COMM<sup>e</sup> BARRÉ.

---