

BULLETIN DE LA S. M. F.

J. CLAIRIN

Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles à deux variables indépendantes

Bulletin de la S. M. F., tome 33 (1905), p. 14-16

http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1905__33__14_1

© Bulletin de la S. M. F., 1905, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Bulletin de la S. M. F. » (<http://smf.emath.fr/Publications/Bulletin/Presentation.html>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**SUR L'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES
A DEUX VARIABLES INDÉPENDANTES;**

Par M. J. CLAIRIN.

J'ai indiqué récemment ⁽²⁾ une proposition qui complète sur un point les résultats démontrés par M. Goursat, relativement au nombre des invariants que peut posséder un système de caracté-

⁽²⁾ *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. XXXII, p. 149.

en posant, d'une manière générale,

$$\Delta_i(\lambda) = \lambda^{n-i} - \frac{\partial f}{\partial p_{n-1,1}} \lambda^{n-i-1} + \dots + (-1)^{n-i} \frac{\partial f}{\partial p_{i,n-i}}.$$

Supposons qu'il existe k invariants distincts d'ordre $n + h$: $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_k$. Les dérivées partielles de deux quelconques de ces fonctions par rapport aux dérivées d'ordre $n + h$ de z étant proportionnelles, on peut exprimer Φ_2, \dots, Φ_k à l'aide de x, y, z , des dérivées de z jusqu'à l'ordre $n + h - 1$ et de Φ_1 .

Considérons une caractéristique quelconque d'ordre $n + h - 1$, cette caractéristique est contenue dans une infinité de caractéristiques d'ordre $n + h$ dépendant d'une constante arbitraire : choisissons une de ces caractéristiques d'ordre $n + h$, de telle sorte que Φ_1 soit égale à une constante C_1 qui peut être prise arbitrairement, au moins entre certaines limites. D'après la définition des invariants, Φ_2, \dots, Φ_k sont égales à certaines constantes C_2, \dots, C_k quand on remplace les lettres qui y figurent par les quantités correspondantes à la caractéristique considérée. Mais Φ_2, \dots, Φ_k dépendent seulement de $x, y, z, p_{1,0}, p_{0,1}, \dots, p_{0,n+h-1}$ et de C_1 ; ce sont donc $k - 1$ invariants d'ordre $n + h - 1$ du système (C).

Nous avons supposé que (C) possédait k invariants d'ordre $n + h$ et nous avons établi qu'il existait alors $k - 1$ invariants d'ordre $n + h - 1$; il en résulte que tous les invariants d'ordre $n + h$ s'expriment en fonction de l'un d'entre eux et des invariants d'ordre inférieur, ce que nous voulions démontrer. La démonstration s'applique aux invariants d'ordre n si le système (C) se compose de caractéristiques d'ordre $n - 1$; en effet, dans ce cas, une caractéristique d'ordre $n - 1$ est contenue dans une infinité de caractéristiques d'ordre n .

On pourrait, par une méthode toute semblable, établir une proposition analogue relative aux systèmes non singuliers d'équations aux dérivées partielles du premier ordre à deux variables indépendantes dans lesquels le nombre des fonctions inconnues est égal au nombre des équations.