BULLETIN DE LA S. M. F.

CH. BERDELLÉ

Démonstration élémentaire d'un théorème énoncé par M. E. Catalan

Bulletin de la S. M. F., tome 17 (1889), p. 102

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1889__17__102_0>

Démonstration élémentaire d'un théorème énoncé par M. E. Catalan [1]; par M. Berdellé.

Tout multiple de 8 *est la somme de* 8 *carrés impairs.*

Un multiple effectif de 8 est de la forme

$$8 + 8n;$$

on sait que l'on peut écrire

$$n = a^2 + b^2 + c^2 + d^2;$$

or

$$a^2 = \frac{a^2 - a}{2} + \frac{a^2 + a}{2},$$

donc

$$8a^2 = (4a^2 - 4a) + (4a^2 + 4a);$$

d'où l'on conclut facilement

$$\begin{aligned} 8 + 8n = &+ (1 + 4a^2 - 4a) + (1 + 4a^2 + 4a) \\ &+ (1 + 4b^2 - 4b) + (1 + 4b^2 + 4b) \\ &+ (1 + 4c^2 - 4c) + (1 + 4c^2 + 4c) \\ &+ (1 + 4d^2 - 4d) + (1 + 4d^2 + 4d), \end{aligned}$$

ce qu'il fallait démontrer.

On voit de plus que les huit nombres impairs se divisent en couples de deux nombres impairs consécutifs

$$2a - 1, \quad 2a + 1, \quad \ldots.$$

Toutefois, si k des nombres a, b, c, d sont nuls, il y aura k couples de carrés qui, au lieu d'être les carrés de deux impairs consécutifs, seront tous les deux égaux à 1.

---

[1] *Bulletin de la Société mathématique*, vol. XVI, p. 129.