BULLETIN DE LA S. M. F.

J. HADAMARD

Sur une formule déduite de la théorie des cubiques

Bulletin de la S. M. F., tome 51 (1923), p. 295-296

<http://www.numdam.org/item?id=BSMF_1923__51__295_1>

SUR UNE FORMULE DÉDUITE DE LA THÉORIE DES CUBIQUES ;

PAR M. HADAMARD.

La théorie des fonctions elliptiques fournit avec une remarquable simplicité, ainsi qu'il est bien connu, une série de propriétés projectives des cubiques planes les plus générales. Je ne sais s'il a été remarqué que, par une déduction inverse, un théorème de la

Géométrie des cubiques conduit à une relation vérifiée par la fonction p.

Le théorème dont il s'agit est celui en vertu duquel les tangentes menées à la courbe par un de ses points forment un faisceau de rapport anharmonique constant. La courbe étant, comme on en a le droit, supposée représentée par les équations

$$x = pu, \qquad y = p'u,$$

et u désignant l'argument du point de contact de l'une des tangentes, ce fait s'exprime évidemment par la relation

$$\begin{aligned}&\left[\frac{p'2u+p'u}{p2u-pu}-\frac{p'2u+p'(u+\omega_1)}{p2u-p(u+\omega_1)}\right]\left[\frac{p'2u+p'(u+\omega_2)}{p2u-p(u+\omega_2)}-\frac{p'2u+p'(u+\omega_3)}{p2u-p(u+\omega_3)}\right]\\ \times&\left\{\left[\frac{p'2u+p'u}{p2u-pu}-\frac{p'2u+p'(u+\omega_2)}{p2u-p(u+\omega_2)}\right]\left[\frac{p'2u+p'(u+\omega_1)}{p2u-p(u+\omega_1)}-\frac{p'2u+p'(u+\omega_3)}{p2u-p(u+\omega_3)}\right]\right\}=\text{const.},\end{aligned}$$

ω_1, ω_2, ω_3 représentant comme d'habitude les trois demi-périodes. Il est bien clair qu'une telle relation peut se vérifier sans difficulté à l'aide des formules classiques [1], mais il serait intéressant, à moins que cela n'ait déjà été fait, d'examiner si elle ne peut pas être rattachée à quelque proposition générale.

---

[1] En partant de la décomposition de $\dfrac{p'u}{pu-pv}$ en somme algébrique de fonctions ζ, on trouve assez facilement que le premier membre se réduit à $\dfrac{p\omega_2-p\omega_3}{p\omega_1-p\omega_3}$.