

ANNALES SCIENTIFIQUES DE L'É.N.S.

L. SAINT-LOUP

**Étude expérimentale de l'attraction exercée par une bobine
sur un barreau de fer doux**

Annales scientifiques de l'É.N.S. 1^{re} série, tome 7 (1870), p. 181-209

http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1870_1_7__181_0

© Gauthier-Villars (Éditions scientifiques et médicales Elsevier), 1870, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales scientifiques de l'É.N.S. » (<http://www.elsevier.com/locate/ansens>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE
DE
L'ATTRACTION EXERCÉE PAR UNE BOBINE
SUR
UN BARREAU DE FER DOUX (*),

PAR M. L. SAINT-LOUP,

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE STRASBOURG.

Lorsqu'on soumet un barreau de fer doux mobile suivant son axe à l'action du courant qui traverse une bobine cylindrique dont l'axe coïncide avec l'axe du barreau, l'attraction exercée dépend à la fois des données de l'expérience et de la position relative du barreau et de la bobine. Divers physiciens ont étudié cette action, mais dans des conditions particulières, quelquefois trop vaguement définies pour donner lieu à des conclusions précises et généralement ne comprenant pas un nombre suffisant d'expériences pour faire connaître l'ensemble des lois qui régissent le phénomène. J'ai entrepris une série d'expériences pour connaître l'influence des diverses variables dont il dépend.

Travaux antérieurs. — Avant de définir le but de mes recherches, j'énoncerai les principaux résultats auxquels on est parvenu, et qui

(*) Cette étude a été entreprise sous les auspices de l'Association Scientifique de France, qui a bien voulu subvenir aux frais des expériences.

sont consignés dans les traités de Wiedemann et de Müller, où l'on trouve sur ce sujet les indications les plus complètes :

(*a*) Le diamètre des tours de spire est sans influence sur la quantité de magnétisme donnée au barreau quand celui-ci dépasse assez la bobine des deux côtés. Quand le barreau ne dépasse pas la bobine, les bobines étroites agissent plus énergiquement que les bobines larges.

(*b*) La quantité de magnétisme du barreau est proportionnelle à l'intensité du courant (dans certaines limites d'intensité du courant) (Lenz et Jacobi).

(*c*) Si, autour d'un cylindre de fer doux, des courants d'égale intensité circulent dans le même nombre de spires, le magnétisme développé est indépendant du fil et de l'écartement des spires.

(*d*) L'action totale est proportionnelle au nombre des spires.

(*e*) Dans tous les cylindres massifs de fer de même longueur, avec la même spirale et la même intensité de courant, le magnétisme est proportionnel au diamètre du cylindre (Müller).

A ces propositions, Müller a joint une formule qui représente la puissance magnétisante d'une bobine, c'est-à-dire le produit de l'intensité du courant par le nombre des tours. Il a trouvé

$$p = 220 d^{\frac{3}{2}} \operatorname{tang} \frac{m}{0,00005 \cdot d^2};$$

d est le diamètre du barreau, et m une quantité proportionnelle au magnétisme développé; c'est la différence des tangentes des déviations produites sur une aiguille aimantée par la bobine : 1° quand le barreau est libre; 2° quand il est enlevé.

Lenz et Jacobi avaient, de leur côté, trouvé que le moment magnétique était proportionnel à $i\sqrt{d}$.

Les travaux de Hankel l'ont conduit aux lois suivantes :

(*f*) L'attraction d'un barreau aimanté par une bobine traversée par un courant est directement proportionnelle au carré de l'intensité du courant et au carré du nombre de tours du fil enroulé sur la bobine, aussi longtemps que l'aimantation du barreau n'approche pas du maximum.

Ce résultat a été aussi obtenu par Dub.

(*g*) L'attraction maximum a lieu quand le bord supérieur de la bo-

bine est à peu près au niveau du bord supérieur du barreau. Cette position dépend d'ailleurs de la longueur du barreau et de celle de la bobine.

(*h*) L'attraction est à peu près proportionnelle à la racine carrée des barreaux.

Dub avait aussi trouvé que cette loi était vérifiée dans de certaines limites.

Telles sont les lois qui se rapprochent le plus, par leur nature, de celles qui font l'objet de mes recherches. Les travaux de Hankel, en particulier, sont ceux qui touchent le plus près à l'étude que j'ai entreprise.

La critique de toutes ces expériences serait longue et sans grande portée; elle résultera naturellement de l'ensemble de mes observations. Toutefois, il n'est pas inutile d'en faire comprendre le caractère sur un exemple. Si je prends la dernière loi formulée par Hankel et par Dub, elle me semble donner lieu aux observations suivantes. D'abord le rapport des attractions exercées par une bobine sur deux barreaux n'est pas indépendant de la distance de la bobine à laquelle sont placés les deux barreaux. Par cela seul (supposé exact), la loi perdrait toute valeur. D'autre part, la loi n'est pas la même si la bobine est invariable ou si la longueur du fil et sa hauteur seules sont fixes. Elle est d'ailleurs formulée dans la première hypothèse; mes expériences ne l'ont pas confirmée, mais elles ont fait connaître l'influence du diamètre du barreau sur le travail de l'attraction pour la course totale du barreau, élément important à considérer d'abord au point de vue pratique, et en outre parce que l'introduction de cet élément écarte la considération de la distance du barreau à la bobine, variable qui n'est pas suffisamment définie, ainsi que d'autres encore, dans la plupart des propositions énoncées.

Il en résulte que ces propositions peuvent être en partie vraies, en partie fausses; en tout cas, elles ne sont qu'approchées, et l'on verra par la suite que la traduction des lois qui régissent le phénomène étudié ne comporte pas un énoncé.

But des recherches. — Le but que je me suis proposé est d'étudier principalement le travail de l'attraction exercée par une bobine sur un

barreau de fer doux dirigé suivant l'axe de la bobine et pénétrant dans l'intérieur. Parmi les variables dont dépend cette attraction, on a considéré l'intensité du courant, le diamètre de la bobine, sa hauteur, la longueur des barreaux, leur diamètre et le diamètre du fil de la bobine.

Dans les expériences, on a écarté d'abord deux de ces variables, l'intensité du courant et le diamètre du fil.

Division de la question. — Ainsi, on a opéré sur des bobines construites avec le même fil et l'intensité du courant restant constante. La question a été divisée de la manière suivante :

I. Étude de l'action d'un courant circulaire de diamètre variable sur un barreau donné et à diverses distances.

II. Étude de l'action d'une bobine de faible hauteur et de diamètre variable sur un barreau donné et à diverses distances.

III. Étude de l'action d'une bobine de diamètre constant et de hauteur variable sur un barreau donné et à diverses distances.

Chacune de ces études comportait encore comme variables la longueur et le diamètre du barreau. Enfin, on a examiné l'influence du diamètre du fil de la bobine.

Nécessité de nouvelles expériences. — Hankel, Marianini, Feilitsch ont aussi examiné diverses dispositions propres à augmenter l'énergie de l'action ; j'ai renoncé à introduire dans mes recherches des variables nouvelles, et je me suis borné, pour le moment, à expérimenter sur des barreaux pleins et des bobines cylindriques. L'ensemble de ces expériences conduira à la connaissance des lois de l'action de la bobine sur le barreau, et des conditions qu'il convient de réaliser pour obtenir le travail maximum d'une machine électro-magnétique fondée sur cette action. Je ne me suis pas attaché à traduire les lois en formules : la formule exacte n'aurait pu être simple, et une formule simple n'aurait pu traduire les résultats avec une approximation suffisante. D'ailleurs, il est évident que les conditions trouvées ne peuvent *à priori* être regardées comme définitives et convenant à la machine en mouvement, puisque le mouvement du barreau déterminera des courants d'induction ayant pour effet d'affaiblir l'intensité du courant de la pile. Le travail que peut fournir la machine se trouve ainsi diminué à mesure que

la vitesse augmente, et a pour limite le travail correspondant à la chaleur dégagée par l'action chimique.

La production du travail dans une machine électro-magnétique étant due au développement des courants d'induction, il paraît naturel de chercher à favoriser le développement de ces courants, et, pour cela, de chercher les dispositions les meilleures pour augmenter la vitesse de la pièce au mouvement de laquelle ce développement est dû, puisque le courant induit est proportionnel à cette vitesse.

Le mode d'action de la machine étant d'abord choisi d'une manière générale, il faut étudier les dispositions particulières propres à augmenter l'énergie de cette action. C'est la machine construite d'après les résultats de l'observation qui servira ensuite à l'étude de l'action dynamique.

L'étude dont je viens de tracer le cadre exigeait que l'on pût mesurer rapidement et avec une précision suffisante l'attraction d'une bobine sur un barreau dans les diverses conditions que l'on avait en vue. Voici la disposition que j'ai adoptée.

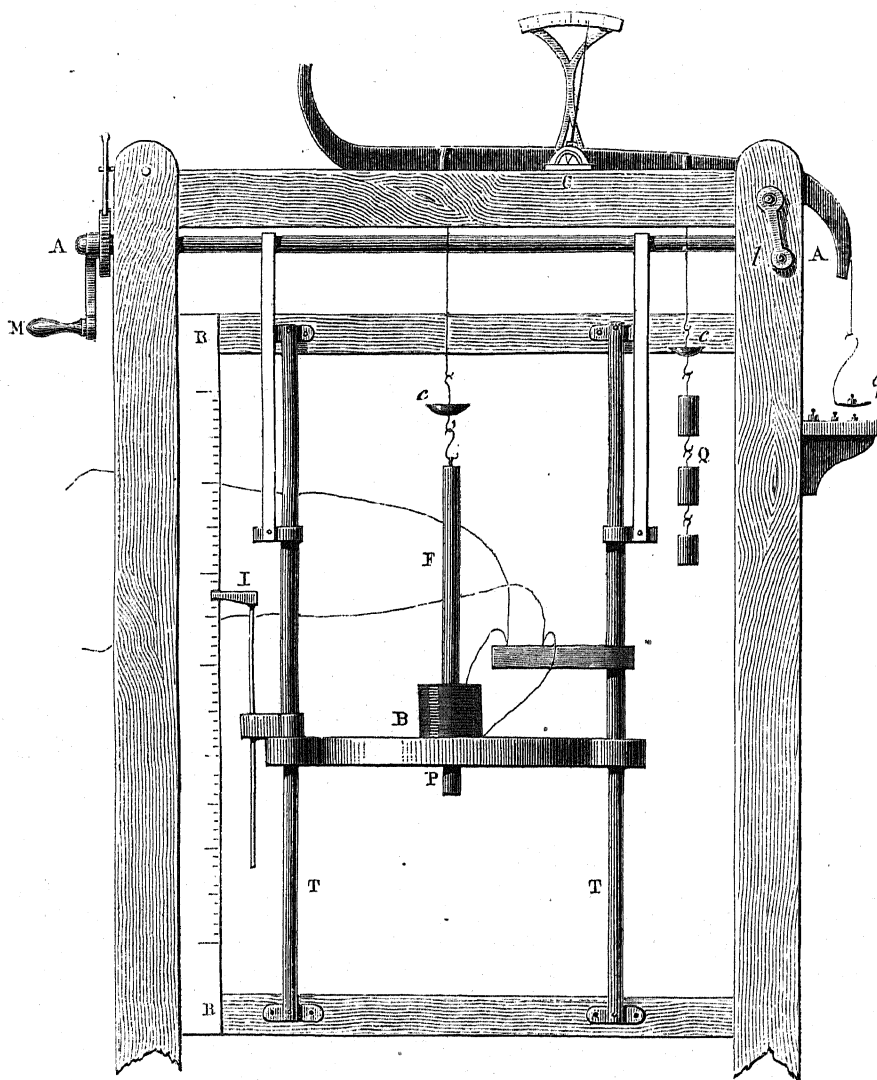
Description de l'appareil. — Un double châssis de bois (*fig. 1*) portait toutes les pièces nécessaires à l'expérience. Le barreau F était suspendu à l'un des bras d'un fléau dont le couteau C reposait sur deux coussinets d'acier poli fixés aux traverses supérieures. On faisait équilibre au barreau F par des poids Q. Ces poids, ainsi que le barreau F, étaient suspendus par des rubans de soie s'appuyant sur deux secteurs ménagés sur le fléau. Un petit plateau suspendu à l'extrémité droite du fléau recevait les poids q destinés à mesurer l'attraction. Ce plateau était porté par un ruban qui s'enroulait sur la tranche du fléau. La courbure de cette tranche avait pour effet de faire varier la longueur du bras de levier du poids q , et permettait d'arriver à un équilibre stable que l'on établissait exactement en observant l'aiguille qui surmontait le fléau.

Au moyen d'un levier sur lequel on agissait à l'aide de la manivelle l , on pouvait, en soulevant le fléau, remettre le couteau exactement à la même place, afin que l'axe du barreau eût une position constante.

La bobine B était placée sur un plateau P horizontal et mobile parallèlement à lui-même, de façon que son centre décrivit l'axe du bar-

reau. A cet effet, deux douilles fixées au plateau glissaient sur des tiges parallèles TT fixées au châssis. Ces douilles étaient supportées par deux

Fig. 1.



rubans qui, en s'enroulant ou se déroulant sur l'axe AA à l'aide de la manivelle M, produisaient le mouvement ascendant ou descendant du plateau. Un cliquet permettait de fixer le plateau en un point quel-

conque de sa course. La position de ce plateau était connue au moyen d'un index I relié au plateau et glissant avec lui le long d'une règle RR divisée en millimètres.

Enfin, le courant était amené de la pile dans une pièce de bois fixée à l'une des douilles et contenant du mercure dans des cavités ménagées dans son épaisseur. En mettant dans deux de ces cavités les extrémités du fil de la bobine ainsi que celles du fil de la pile, le circuit était fermé.

Une boussole de tangentes et un rhéostat placés dans le circuit donnaient le moyen de vérifier la constance du courant et de la maintenir.

Manière d'opérer. — Pour faire une expérience, on procédait de la manière suivante. On suspendait le barreau F au ruban du fléau à l'aide d'anneaux et de crochets rendant cette opération facile; on faisait contre-poids avec les poids Q suspendus de la même manière. Deux petites coupelles *c, c* pouvaient recevoir l'appoint nécessaire pour un équilibre rigoureux. Cela fait, on plaçait la bobine sur le plateau, de façon qu'en élevant celui-ci le barreau pénétrât exactement dans la bobine. On amenait alors le plateau, en tournant la manivelle M, dans une position telle, que l'extrémité inférieure du barreau affleurât la face supérieure de la bobine. Ajoutant alors la demi-longueur du barreau à la demi-longueur de la bobine, on avait la distance du centre du barreau au centre de la bobine. On faisait glisser la tige qui porte l'index I de façon à amener l'index à la division de la règle correspondant à la distance des centres. Dès lors, si l'on faisait monter ou descendre le plateau, l'index I marquait constamment sur la règle la distance du centre du barreau au centre de la bobine, distance que nous appellerons, pour abrégé, *distance des centres*. On vérifiait la position du fléau à l'aide du levier de relèvement; on s'assurait que la bobine était bien placée, en constatant que le mouvement du plateau ne troublait pas l'équilibre. On descendait le plateau, et l'on fermait le circuit. Enfin, on réglait le courant à l'aide du rhéostat de façon que la déviation de la boussole atteignît une valeur déterminée constante. L'expérience était dès lors complètement préparée.

En tournant la manivelle M, on montait lentement la bobine; quand l'aiguille du fléau quittait le zéro, on commençait les pesées :

de petits chocs sur le châssis facilitaient les oscillations du fléau. Pour plus de commodité dans la représentation des résultats de l'expérience, on effectuait les pesées lorsque l'index I marquait un nombre entier de centimètres représentant, comme on sait, la distance des centres.

Le poids g était évalué en grammes et décigrammes. On pouvait ainsi former un tableau tel que le suivant :

Bobine	Déviaton
Barreau	Tangente
x distance des centres	g attraction exercée.
.....
.....
.....

Représentation des résultats. — Les résultats pouvaient être figurés par une courbe où la distance des centres était prise pour abscisse et l'attraction pour ordonnée. L'aire de cette courbe, mesurée au planimètre ou autrement, donnait le travail de l'attraction. La comparaison des travaux avec les diverses données expérimentales était le principal objet que l'on avait en vue.

Barreaux. — Les barreaux soumis à l'expérience étaient des barreaux cylindriques de fer doux. Leur diamètre était de 1, 2, 3 centimètres, et leur longueur de I, II, III, IV, V, VI décimètres. Nous désignerons par III-2 le barreau de III décimètres de long et de 2 centimètres de diamètre. La suite des expériences a conduit à employer principalement les barreaux de 1 centimètre de diamètre et à examiner deux nouveaux barreaux III-0,37 et III-0,73.

Bobines. — Les bobines formaient deux séries : l'une composée de bobines *larges*, l'autre de bobines *longues*. Les bobines de la première série avaient une faible hauteur, 14 millimètres, la même pour toutes. Elles étaient formées de bobines annulaires de dix spires de fil répétées

sur dix couches. Ces anneaux, au nombre de six, pouvaient entrer exactement les uns dans les autres et former ainsi des bobines de hauteur constante et de diamètre croissant. Nous les désignerons par les n^{os} [1], [2], [3], [4], [5], [6], et par [2-5] la bobine formée par les anneaux 2, 3, 4, 5. La bobine [1] donnait exactement passage au barreau de 1 centimètre; on la remplaçait par une autre pouvant donner passage au barreau de 2 centimètres quand on opérait sur ce barreau.

Les dimensions de ces bobines sont définies par le tableau suivant :

BOBINES.	DIAMÈTRE en millimètres.	LONGUEUR DE FIL en mètres.
[1]	37	7,3
[12]	65	23,4
[13]	93	48,0
[14]	121	81,4
[15]	149	124,2
[16]	177	175,7

Le fil qui composait le circuit était du fil de cuivre de 1 millimètre de diamètre, recouvert de coton, ce qui augmentait son diamètre de 0^{mm},4.

Ces bobines étaient destinées à reconnaître l'influence du diamètre de la bobine. Les anneaux isolés pouvaient être employés à étudier l'action d'un circuit élémentaire.

La seconde série de bobines, dites *bobines longues*, se composait de trois bobines de 18 couches de fil et dont les hauteurs étaient 3, 6, 12 centimètres; en les combinant, on avait des bobines de 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 centimètres de hauteur et de même diamètre égal à 62 millimètres. Ces bobines seront désignées par leur hauteur.

Outre ces deux séries de bobines, on a employé quatre bobines de même hauteur et de même longueur de fil, donnant exactement passage aux quatre barreaux III-0,37, III-0,73, III-1, III-2, et enfin des bobines de même hauteur, de même diamètre intérieur et de même résistance : les premières pour étudier l'influence du diamètre du barreau, les autres pour examiner l'influence du diamètre du fil de la bobine.

Je vais exposer maintenant les résultats de mes recherches dans l'ordre indiqué plus haut.

I. — *Étude de l'action d'un courant circulaire, de diamètre variable, sur un barreau donné.*

Cette étude a principalement pour but de fournir des éléments à la comparaison de l'action d'un courant circulaire avec celle de la série de courants qui constitue une bobine. Elle a été faite au moyen des bobines [1], [2], [3], [4], [5], [6], formées, comme on sait, d'un faisceau de 100 spires; l'emploi d'une spire unique aurait exigé un courant trop intense.

On a d'abord fait agir sur le barreau I-1, à diverses distances, la bobine [1], puis les bobines [2], [3], [4], [5], [6], l'intensité du courant restant constante. On a ainsi obtenu les nombres ci-dessous, qui représentent l'attraction exercée :

I-1. DISTANCES.	ATTRACTION DES BOBINES					
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
5	1,15	0,80	0,60	0,40	0,32	0,28
4	2,80	1,60	1,00	0,60	0,35	0,30
3	3,20	2,00	1,25	0,70	0,40	0,30
2	2,50	1,70	1,05	0,60	0,30	0,25
1	1,50	1,10	0,70	0,35	0,25	0,20

On a effectué la même série d'observations sur le barreau III-1, ce qui a donné le second tableau :

III-1. DISTANCES.	ATTRACTION DES BOBINES					
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
15	1,80	1,40	1,10	0,75	0,60	0,50
14	3,70	2,30	1,50	1,00	0,75	0,65
13	3,40	2,70	1,70	1,10	0,90	0,89
12	2,90	2,60	1,75	1,20	1,00	0,90
10	2,15	1,90	1,60	1,15	1,00	0,90
8	1,50	1,30	1,20	0,95	0,85	0,80
6	1,05	0,95	0,90	0,75	0,70	0,65
4	0,75	0,70	0,65	0,55	0,50	0,45

Enfin, en opérant sur le barreau V-1, on a pu dresser le troisième tableau :

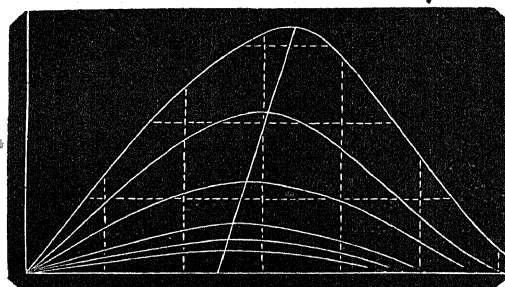
V-1. DISTANCES.	ATTRACTION DES BOBINES					
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
25	2,90	2,00	1,40	0,90	0,70	0,65
24	4,80	2,90	1,70	1,00	0,85	0,80
23	3,90	3,00	1,90	1,10	0,90	0,85
22	3,20	2,70	2,00	1,10	1,00	0,90
20	2,45	2,20	1,80	1,05	1,00	0,95
17	1,70	1,60	1,30	0,90	0,85	0,80
14	1,15	1,00	0,90	0,70	0,65	0,60
10	0,60	0,55	0,52	0,50	0,45	0,40
6	0,35	0,32	0,28	0,24	0,20	0,18

La conclusion la plus générale à tirer de ces tableaux est que l'*attraction diminue à mesure que le diamètre du circuit augmente*, et que la loi de ce décroissement dépend de la distance à laquelle on considère l'*attraction*. On voit, par exemple, dans le dernier tableau, que l'action de la bobine [1], qui vaut six fois celle de la bobine [6] à la distance 24, en est seulement le double à la distance 17.

On peut encore observer que *la distance pour laquelle l'action d'un circuit est maximum dépend du diamètre du circuit, et qu'elle est d'autant plus grande que le diamètre du circuit est plus petit.*

La *fig. 2* représente les résultats consignés dans le premier tableau; les distances y sont prises pour abscisses, et les courbes successives se

Fig. 2.



rapportent aux six bobines employées. Ces diverses courbes sont asymptotes à l'axe des abscisses.

Rapprochons les nombres que nous venons de trouver de ceux qui mesurent l'action des bobines [1], [1-2], [1-3],... (§ III), et nous arriverons à une conclusion assez remarquable.

Considérons, par exemple, les actions des bobines [1], [2], [3],... sur le barreau III-1; à la distance 13, nous avons,

340	270	170	110	90	80
-----	-----	-----	-----	----	----

dont les racines carrées sont

18,4	16,4	13,0	10,5	9,6	9
------	------	------	------	-----	---

Ajoutons les deux premières, puis les trois premières, etc., on a

18,4	34,8	43,8	54,3	63,9	72,6
------	------	------	------	------	------

dont les carrés sont

340	1210	1920	2950	4080	5270
-----	------	------	------	------	------

Or les actions des bobines [1], [1-2], [1-3], ..., sont, à la division 13 (fig. 4),

5 14 26 38 54 68

nombre proportionnels aux précédents.

Essayons le même rapprochement sur les nombres correspondant à une autre distance, 8 par exemple, nous trouvons encore la même loi.

Désignons par $A_{2,3}$ l'action de la bobine [2-3], et de même des autres. La relation fournie par les considérations précédentes sera

$$A_{1,6} = (\sqrt{A_1} + \sqrt{A_2} + \dots + \sqrt{A_6})^2,$$

ou

$$\sqrt{A_{1,6}} = \sqrt{A_1} + \sqrt{A_2} + \dots + \sqrt{A_6},$$

ou

$$\sqrt{A_{1,6}} - \sqrt{A_{1,5}} = \sqrt{A_6},$$

ce que l'on peut énoncer de la manière suivante :

La racine carrée de l'attraction exercée par une spirale plane sur un barreau est égale à la somme des racines carrées des actions des spires successives agissant isolément sur le barreau ;

Ou encore :

La différence des racines carrées des actions de deux spirales planes est égale à la racine carrée de l'action de la spirale qui en est la différence.

II. — Étude de l'action d'une bobine de diamètre variable et de faible hauteur sur un barreau donné.

Les expériences ont été faites avec les six bobines

[1] [1-2] [1-3] [1-4] [1-5] [1-6]

sur les barreaux

I-1 II-1 III-1 IV-1 V-1 VI-1

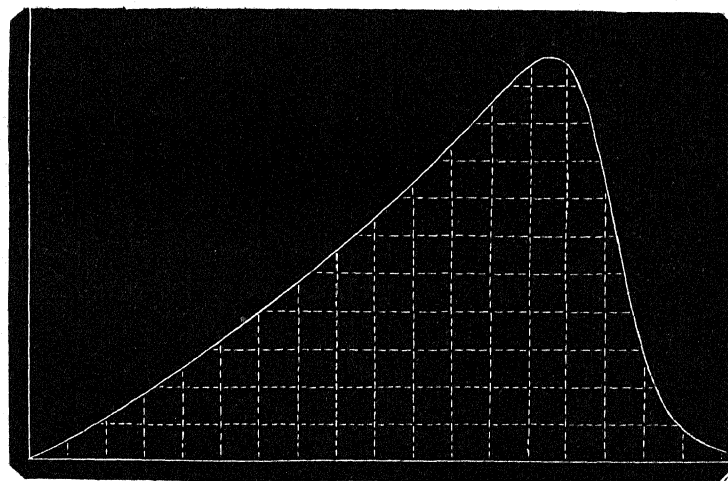
Je crois inutile de rapporter ici toutes les observations relatives à cette série d'expériences, et qui comprendraient trente-six tableaux analogues au suivant, qui contient les résultats obtenus par l'action de

la bobine [1-3] sur le barreau III-1. L'attraction q est exprimée en grammes, la distance x en centimètres.

Bobine.....	[1-3]	Déviatiou.....	11° 40'
Barreau.....	III-1	Tangente.....	0,206
x	q	x	q
18	0,4	12	9,4
17	0,8	10	7,2
16	2,8	8	5,6
15	7,6	6	3,8
14	10,6	4	2,4
13	10,4	2	1,0

La représentation graphique des résultats donne (*fig. 3*) la courbe suivante :

Fig. 3.



Les divisions de l'axe des abscisses représentent des centimètres. (Les figures jointes au texte n'ont pas été construites toutes à la même échelle, parce qu'un certain nombre d'entre elles auraient eu des dimensions trop petites ou trop grandes.)

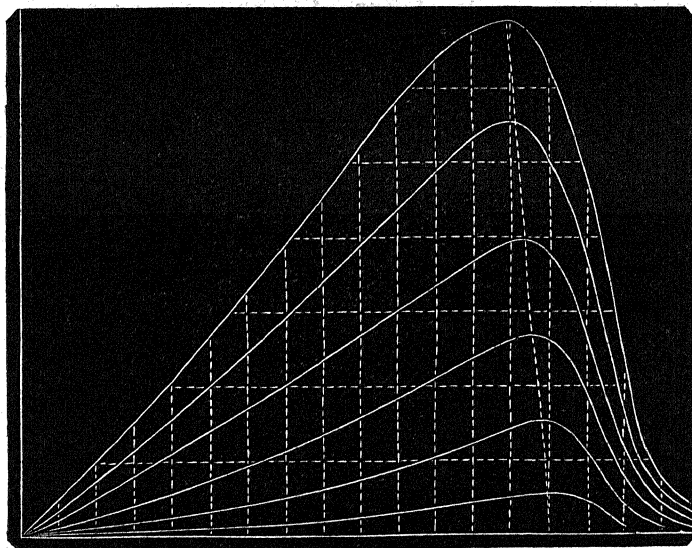
Influence de la distance. — L'allure de cette courbe montre que l'attraction croît d'abord à peu près proportionnellement à la distance des centres presque jusqu'au moment où elle atteint son maximum; elle décroît ensuite très-rapidement d'abord, puis par degrés insensibles.

Toutefois l'allure de la courbe n'est pas identique pour tous les barreaux, et s'il y a des analogies, il y a aussi des différences dont nous nous occuperons tout à l'heure et qui montrent que la remarque précédente n'est pas d'une application générale.

Influence du diamètre de la bobine. — Occupons-nous d'abord de comparer l'action sur un même barreau de la série des bobines. Il suffit pour cela de jeter les yeux sur la figure suivante, où les courbes successives, à partir de l'abscisse, représentent les actions des bobines successives [1], [1-2], [1-3], [1-4], [1-5], [1-6] sur le même barreau III-1.

On voit (*fig. 4*) que, pour les diverses positions relatives du barreau et de la bobine, l'attraction augmente avec le diamètre de la bobine;

Fig. 4.



mais ces attractions ne croissent pas dans le même rapport à toutes les distances, et ce rapport n'est pas constant pour la même distance. On voit

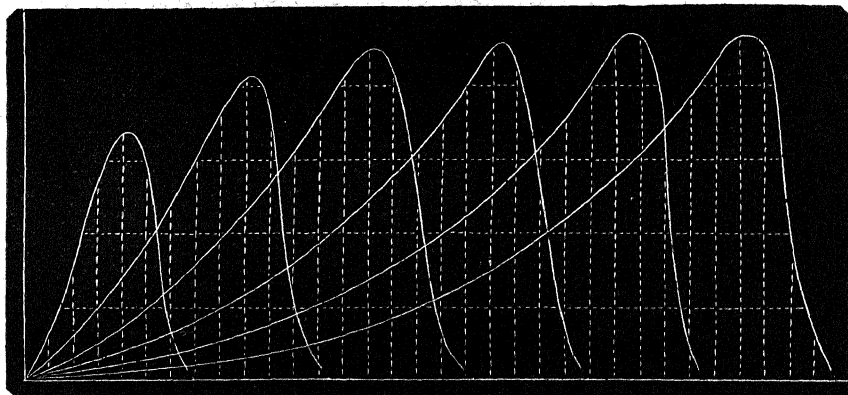
aussi que la distance des centres pour laquelle l'action est *maximum* diminue un peu à mesure que le diamètre de la bobine augmente, et que cette distance, pour un barreau de 30 centimètres, reste comprise entre 13 et 14 centimètres quand le diamètre extérieur de la bobine varie de 37 à 177 millimètres. L'extrémité du barreau ne dépasse alors le centre de la bobine que de 1 à 2 centimètres.

Influence de la longueur du barreau. — Pour reconnaître l'influence de la longueur du barreau, faisons agir la bobine [1-2] sur les barreaux

I-1 II-1 III-1 IV-1 V-1 VI-1.

La représentation graphique des résultats donne (*fig. 5*) les courbes suivantes :

Fig. 5.



Les abscisses ont été réduites dans le rapport de 3 à 1.

Ces courbes ne donnent lieu à aucune remarque simple. On voit que la valeur de l'attraction maximum paraît tendre vers une constante à mesure que la longueur du barreau augmente. On peut aussi observer que cette attraction maximum se produit quand l'extrémité du barreau a dépassé le centre de la bobine d'une longueur sensiblement constante et voisine de 1 centimètre, quelle que soit la longueur du barreau.

Comparaison des travaux. — Passons maintenant à la comparaison des travaux développés dans les diverses conditions où nous nous sommes placés.

Évaluons le travail de l'attraction pour la course totale, nous trou-

vons, pour l'aire des courbes correspondant à l'action des bobines,

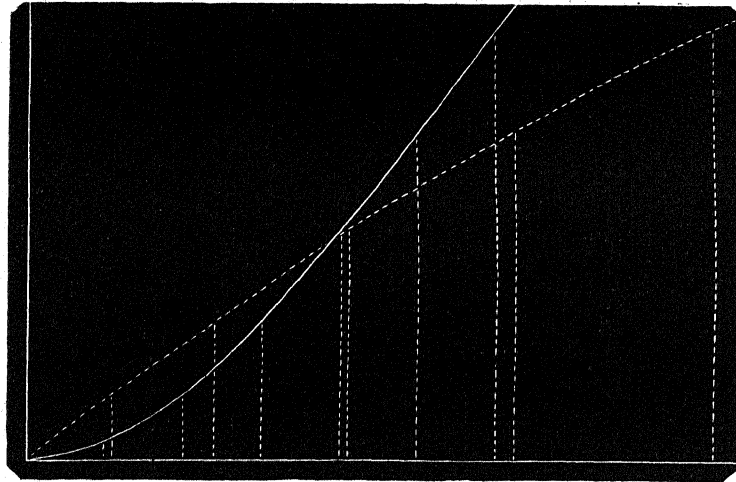
[1] [1-2] [1-3] [1-4] [1-5] [1-6]

sur le barreau III-1 les nombres

28 89 192 304 425 563

Construisons (*fig. 6*) la courbe du travail, en prenant le travail pour ordonnée; la courbe figurée en trait plein représente la marche

Fig. 6.



du travail en fonction du diamètre de la bobine; celle qui est figurée en traits interrompus représente la marche du travail en fonction de la longueur du fil de la bobine.

Le diamètre intérieur de la bobine était de 12 millimètres, et le diamètre extérieur a varié de 12 à 177 millimètres. On voit que *le travail croît à peu près proportionnellement à la longueur du fil*, dans cet intervalle; car la courbe ponctuée s'infléchit légèrement vers l'axe des abscisses.

Si nous comparons de même les travaux développés par l'action d'une bobine donnée [1-2], par exemple, sur la série des barreaux

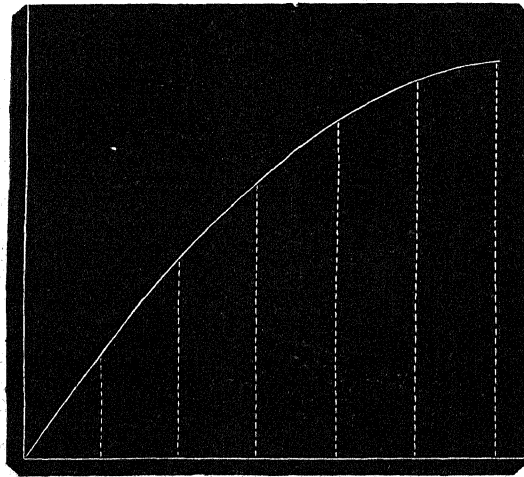
I-1 II-1 III-1 IV-1 V-1 VI-1,

nous trouvons que ces travaux sont représentés par les nombres

34 64 89 110 123 131

Représentons aussi ces résultats. La *fig. 7* montre que *le travail développé croît avec la longueur du barreau et semble tendre vers une constante.*

Fig. 7.



Des observations et des calculs analogues, effectués sur la série des barreaux de 1 centimètre de diamètre à l'aide de la série des bobines larges, conduisent à la formation du tableau suivant, dans lequel la première colonne verticale renferme les longueurs de circuit des bobines [1], [1-2], [1-3], [1-4], [1-5], [1-6]; les autres colonnes donnent les travaux développés par l'action de ces bobines sur la série des barreaux.

Tableau du travail de l'action de la série des bobines de même hauteur sur la série des barreaux de même diamètre.

LONGUEURS.	I-1	II-1	III-1	IV-1	V-1	VI-1
7,4	11	21	28	33	38	41
23,4	34	64	29	110	123	131
48,0	63	135	192	240	262	280
81,4	94	201	304	371	412	433
124,0	126	285	425	525	580	620
175,7	155	365	563	685	771	820

Si nous comptons sur un axe ox les longueurs du circuit, sur oy celles du barreau, et sur oz le travail, nous pouvons construire une surface dont l'ordonnée représentera le travail en fonction de la longueur du fil et de la longueur du barreau, et qui présente ainsi le résumé graphique de toutes les expériences qui précèdent.

Les principales conclusions à tirer de là sont : 1° qu'il est avantageux d'augmenter autant que possible la longueur du barreau; 2° qu'il conviendrait aussi de distribuer sur plusieurs bobines de même hauteur la même longueur de fil plutôt que de construire avec ce fil une bobine unique. Ainsi trois bobines de 60 mètres de fil donneraient un travail représenté par 33, tandis qu'une bobine unique de 180 mètres donnerait 29. Toutefois, l'avantage ainsi obtenu est assez faible relativement à la complication mécanique qu'il exige.

III. — *Étude de l'action d'une bobine de hauteur variable et de diamètre constant sur un barreau donné.*

Influence de la hauteur de la bobine. — Nous venons de voir que le travail augmentait rapidement avec la longueur du barreau; prenons le barreau V-1 et faisons agir sur ce barreau les bobines de hauteur 6, 12, 18, 21, nous obtenons (*fig. 8*) les résultats représentés par les courbes ci-après :

Les distances des centres ont été réduites dans le rapport de 10 à 4, afin de réunir dans la même figure toutes les courbes obtenues. Les courbes relatives aux bobines [3], [9], [15] ont été intercalées.

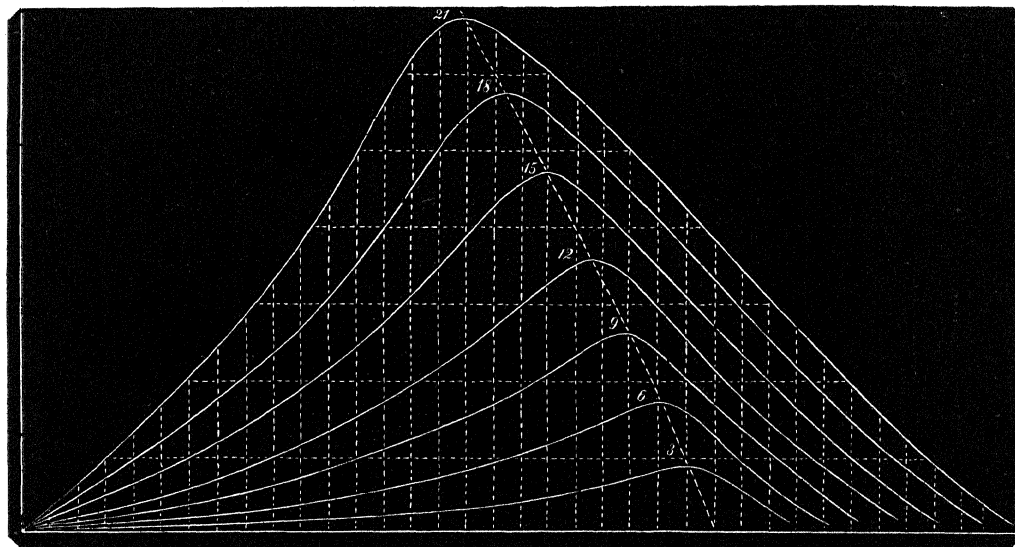
On voit que l'action de la bobine est continuellement croissante, ainsi que le travail. La distance des centres correspondant au maximum d'action diminue à mesure que la longueur de la bobine augmente, et varie de 24 à 15 centimètres, la longueur du barreau étant de 25 centimètres. L'effet maximum a sensiblement lieu quand l'extrémité du barreau va dépasser celle de la bobine; car, si l'on ajoute la demi-longueur de la bobine à la distance des centres, on trouve

23,5 + 1,5, 22,5 + 3, 21 + 4,5, 20 + 6, 18 + 7,5, 17 + 9, 15,5 + 11,5,

ce qui donne une somme qui varie de 25 à 27, et par conséquent s'écarte peu de la demi-longueur du barreau. Il est clair que cette marche du

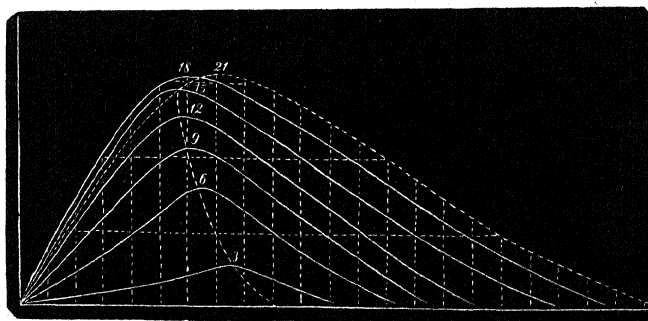
maximum ne saurait se maintenir quand la longueur de la bobine approche de celle du barreau, et on le voit déjà par les rapprochements que nous venons de faire.

Fig. 8.



Dans cette série d'expériences, la hauteur de la bobine n'a atteint que les $\frac{24}{50}$ de celle du barreau. Pour nous rendre compte des modifications que peut subir la loi manifestée par la représentation graphique, quand la longueur de la bobine atteint celle du barreau, répétons la même série d'expériences avec le barreau II-1, nous obtenons (fig. 9) la série de courbes suivante :

Fig. 9.

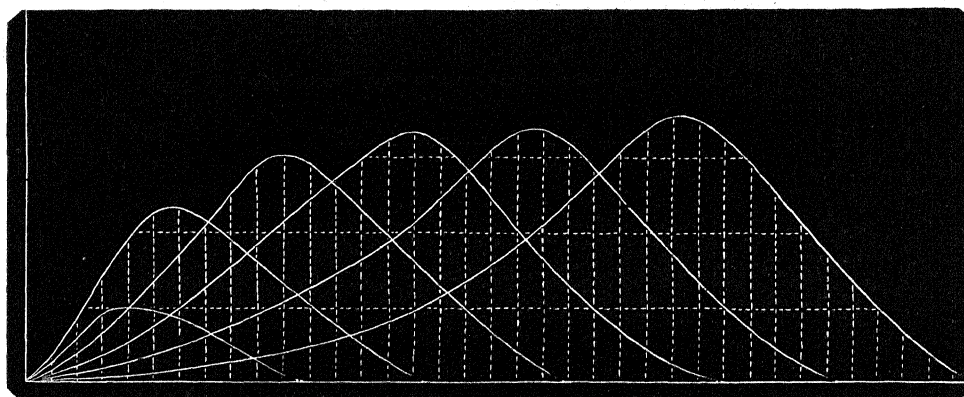


Il faut en conclure que la marche de l'attraction subit un notable

changement quand la longueur de la bobine est voisine de celle du barreau. Ainsi, le maximum qui s'approche de l'origine jusqu'à la bobine 12 s'en éloigne avant la bobine 15, et ses variations diminuent rapidement. L'attraction de la bobine 21, dont la longueur dépasse celle du barreau et dont la courbe est dessinée en traits interrompus, est plus faible que celle de la bobine 18 entre l'origine et le maximum, et elle est plus forte au delà, comme on pouvait le prévoir.

Influence de la longueur du barreau. — Ce qui précède met en évidence l'influence de la longueur de la bobine, le barreau étant donné. Si maintenant nous prenons une bobine déterminée, la bobine 12 par exemple, et si nous soumettons à l'action de cette bobine la série des barreaux, nous reconnaissons que l'action est représentée (*fig. 10*) par la série des courbes ci-dessous :

Fig. 10.



On voit par là que *l'attraction maximum semble tendre vers une constante à mesure que la longueur du barreau augmente*. Quant à la distance des centres correspondant au maximum d'effet, elle est sensiblement égale à la demi-longueur du barreau diminuée de la demi-longueur de la bobine, c'est-à-dire que l'extrémité inférieure du barreau coïncide à peu près avec l'extrémité inférieure de la bobine.

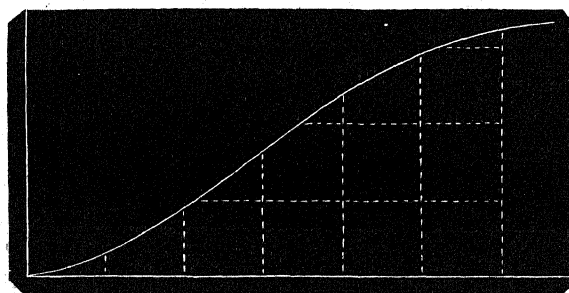
Comparaison des travaux. — Si maintenant nous comparons les travaux développés dans les diverses dispositions observées, nous arrivons aux résultats qui suivent.

L'évaluation du travail de l'attraction des bobines successives sur le barreau II-1, attraction représentée dans la *fig. 9*, donne, pour les bobines

	3	6	9	12	15	18
les nombres	30	84	140	215	270	295

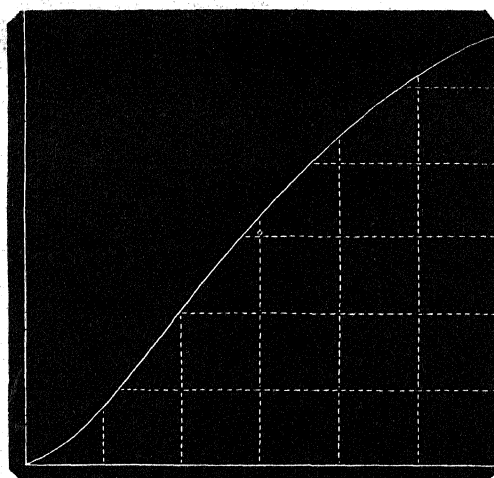
La *fig. 11* fait connaître la marche du travail en fonction de la hauteur de la bobine.

Fig. 11.



On voit que le travail croît d'abord plus rapidement, et ensuite plus lentement, que la hauteur de la bobine.

Fig. 12.



De même, l'évaluation du travail de l'attraction exercée par la bo-

bine 12 sur les barreaux

I-1 II-1 III-1 IV-1 V-1 VI-1

donne les nombres

65 215 325 430 510 560

représentés (*fig. 12*) par la courbe ci-contre, dont l'ordonnée mesure le travail en fonction de la longueur du barreau.

Répétons les mêmes séries d'observations avec les autres bobines, et nous formerons le tableau ci-dessous :

Tableau du travail développé par l'action de la série des bobines de même diamètre sur la série des barreaux de même diamètre.

BOBINES.	I-1	II-1	III-1	IV-1	V-1	VI-1
3	15	30	40	50	60	65
6	35	84	107	140	180	210
9	55	140	200	280	340	380
12	65	215	325	430	510	560
15	»	270	450	630	740	810
18	»	295	580	830	1000	1120
21	»	»	690	1030	1240	1370

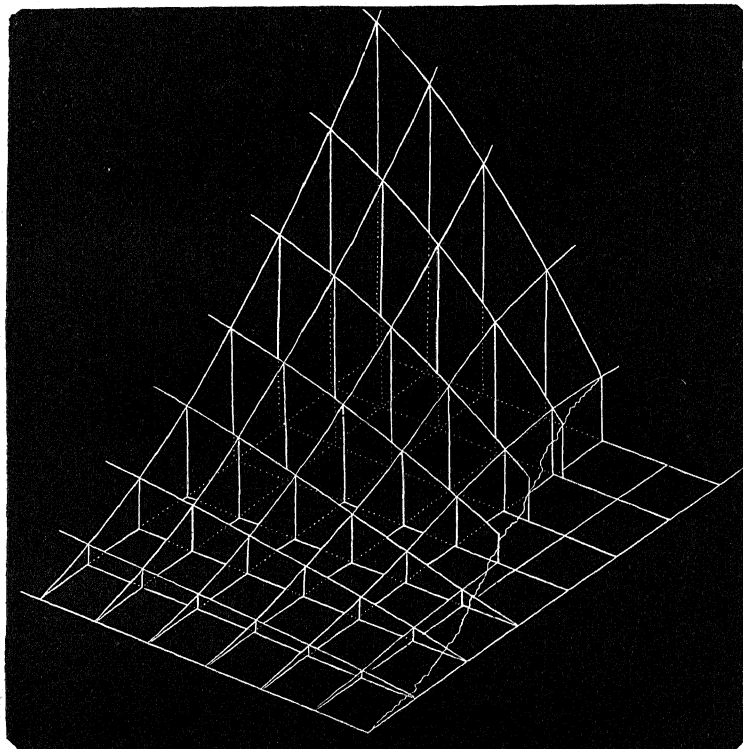
Portons (*fig. 13*) sur une droite *ox* la hauteur des bobines, sur *oy* la longueur des barreaux, et parallèlement à *ox* le travail, la surface ainsi construite résumera cette seconde série d'expériences.

L'inspection du tableau ou de la surface qui le représente met suffisamment en évidence l'influence de la hauteur de la bobine et de la longueur du barreau sur le travail de l'attraction pour la course totale du barreau, et montre la nécessité d'employer des barreaux longs si l'on veut augmenter le travail, l'intensité du courant restant la même.

On voit aussi qu'il y a lieu d'augmenter la hauteur de la bobine en même temps que celle du barreau, car deux bobines identiques de faible hauteur, agissant sur deux barreaux identiques, fourniront un travail plus petit qu'une bobine de hauteur double et de même lon-

gueur de fil que l'ensemble des deux premières agissant sur l'un des barreaux.

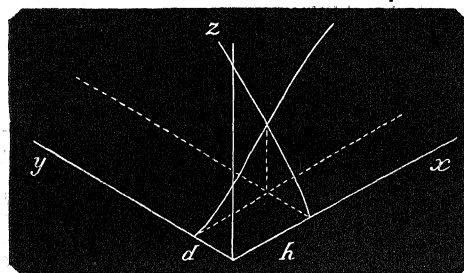
Fig. 13.



Travail d'une bobine de hauteur et de diamètre variables sur un barreau donné. — Pour arriver à des conclusions plus précises, considérons un barreau déterminé; faisons agir sur ce barreau une série de bobines de même diamètre d et de hauteurs croissantes x , et une autre série de bobines de même hauteur h et de diamètre croissant y ; mesurons le travail dans ces deux séries d'expériences, et soient ox , oy , oz trois axes de coordonnées (*fig. 14*). Portons sur ox les hauteurs des bobines de diamètre d , sur oy la longueur des bobines de hauteur h . Dans le plan $y = d$ traçons la courbe du travail en fonction de la hauteur x de la bobine; traçons aussi dans le plan $x = h$ la courbe du travail en fonction de la longueur du fil, nous aurons deux courbes qui se coupent au point (h, d) .

Le point (h, d) définit les dimensions de la bobine, et le z de ce point mesure le travail. Le lieu des courbes ainsi obtenues est une surface dont l'ordonnée représente le travail de l'attraction pour un barreau déterminé. L'expérience n'a donné que deux de ces courbes; nous

Fig. 14.



admettrons, sauf vérification, que les plans parallèles aux zx ou aux zy donneraient dans la surface des courbes respectivement semblables à celles qui ont été directement obtenues.

Traçons maintenant dans le plan xoy l'hyperbole $xy = \text{const.}$, et considérons le cylindre parallèle à oz ayant pour base cette hyperbole. Ce cylindre coupe la surface suivant une courbe dont l'ordonnée mesure le travail correspondant à une longueur de fil constante. On reconnaît ainsi que, pour un barreau de 30 centimètres, la hauteur de bobine qui fournit le travail maximum est voisine de 18 centimètres.

La position du point qui correspond au maximum peut être définie géométriquement, en observant que la trace du plan tangent à la surface en ce point doit être parallèle à la tangente à l'hyperbole au point projeté. Il en résulte que les sous-tangentes aux deux courbes $d = \text{const.}$ et $h = \text{const.}$, qui se croisent en ce point, sont proportionnelles à h et d . Si donc la courbe $h = \text{const.}$ était une droite (ce qui est peu éloigné de la vérité), le point correspondant au travail maximum s'obtiendrait en menant par son origine une tangente à la courbe $d = \text{const.}$; d'où il résulterait immédiatement que, dans cette hypothèse, *la hauteur de la bobine donnant le travail maximum est indépendante de la longueur du circuit pour un barreau donné.*

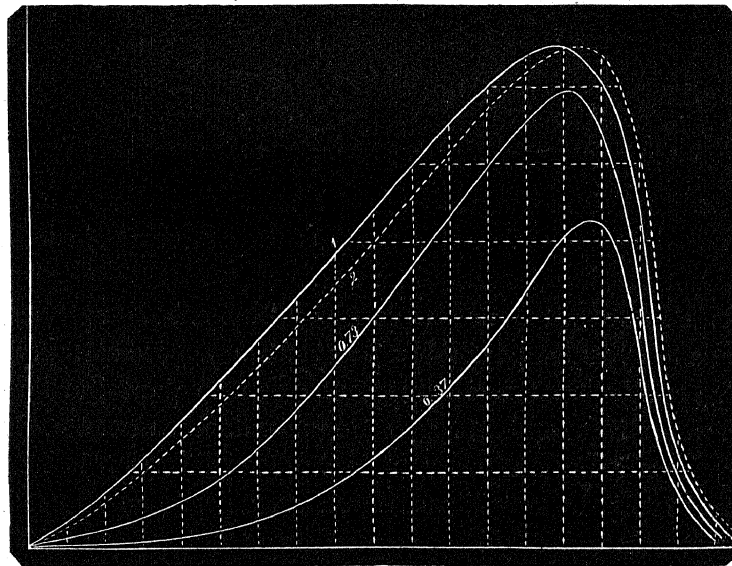
Ainsi, la longueur du barreau détermine la hauteur de la bobine, la longueur du fil dont on dispose détermine le diamètre de la bobine.

Nous avons vu que le barreau devait être pris aussi long que possible; étudions maintenant l'influence de son diamètre.

IV. — Influence du diamètre du barreau.

Bobines donnant exactement passage au barreau. — On a pris quatre barreaux de 3 décimètres de longueur et dont les diamètres étaient en

Fig. 15.



centimètres 0,37; 0,73; 1, 2, et l'on a fait agir sur ces barreaux des bobines de même longueur de fil et de même hauteur donnant exactement passage aux divers barreaux mis en expérience; la bobine 1 faisait partie de la série. L'évaluation du travail dû l'action des bobines sur les barreaux

III-0,37	III-0,73	III-1	III-2
----------	----------	-------	-------

a donné les nombres

14	24	33	31
----	----	----	----

On a répété l'expérience en ajoutant à la première bobine la bo-

bine [2-4], de façon que le diamètre de la bobine était grand relativement à celui du barreau, et l'on a trouvé pour le travail

115 212 324 310,

nombre à peu près proportionnels aux précédents et manifestant une loi semblable. La *fig. 15* représente les courbes obtenues dans cette dernière expérience.

Il résulte de là que, pour une bobine de même résistance et de diamètre intérieur égal à celui du barreau, le travail croît avec le diamètre du barreau jusqu'à une certaine limite, puis décroît. Cette limite n'est pas rigoureusement indépendante du diamètre de la bobine; toutefois, il paraît inutile d'employer des barreaux dont le diamètre excède 1^e,5 à 2 centimètres quand le diamètre de la bobine n'est pas supérieur à 10 ou 12 centimètres.

D'après les expériences qui viennent d'être rapportées, il conviendrait de prendre le barreau de 14 millimètres environ de diamètre.

Bobine invariable. — Lorsque la bobine est invariable, l'action exercée sur le barreau ne suit plus la même loi. Prenons, par exemple, la bobine [2-3] et mesurons son action sur les trois barreaux II-1, II-2, II-3 de 2 décimètres de long et de 1, 2, 3 décimètres de diamètre, nous obtenons les résultats suivants :

DISTANCES.	ATTRACTION DES BOBINES			
	[2-3]			[1-3]
	II-1	II-2	II-3	II-1
9	2,25	3,40	5,00	6,30
10	1,50	2,35	3,90	4,30
11	0,80	1,10	1,60	1,50

On voit par là que l'action augmente avec le diamètre du barreau jusqu'à ce qu'il atteigne le diamètre intérieur de la bobine : c'est ce que mettent en évidence les trois premières colonnes du tableau. La

quatrième colonne donne les attractions observées sur le barreau II-1, en ajoutant la bobine [1] au circuit et ramenant l'intensité du courant à sa première valeur. La comparaison des nombres de cette colonne avec ceux de la colonne voisine montre que l'action de la bobine [1-3] sur II-1 est plus énergique que celle de [2-3] sur II-3.

Bobine de diamètre extérieur constant. — L'influence de la différence du diamètre du barreau et du diamètre intérieur de la bobine est mise en évidence par les nombres du tableau ci-dessous :

DISTANCES.	[6]	[5-6]	[4-6]	[3-6]	[2-6]	[1-6]
15	0,18	0,70	1,82	3,63	6,00	9,60
13	0,20	0,87	2,34	4,78	8,60	14,70
10	0,18	0,87	2,33	4,62	8,45	12,00
8	0,15	0,78	2,08	3,96	7,10	9,20
6	0,10	0,70	1,61	3,03	5,25	6,90

qui représentent l'attraction exercée sur le barreau III-1 par les bobines [6], [5-6], [4-6], [3-6], [2-6], [1-6], l'intensité du courant restant constante. Il est donc très-important qu'il y ait aussi peu de jeu que possible entre le barreau et la bobine.

V. — Influence du diamètre du fil.

Prenons trois bobines de même hauteur, de même diamètre intérieur égal à celui du barreau III-1 et de même résistance, construites avec des fils dont les diamètres sont en millimètres

0,6 1 1,3

Mesurons l'action de ces bobines sur le barreau III-1 et évaluons le travail total; nous trouvons qu'il est représenté par les nombres

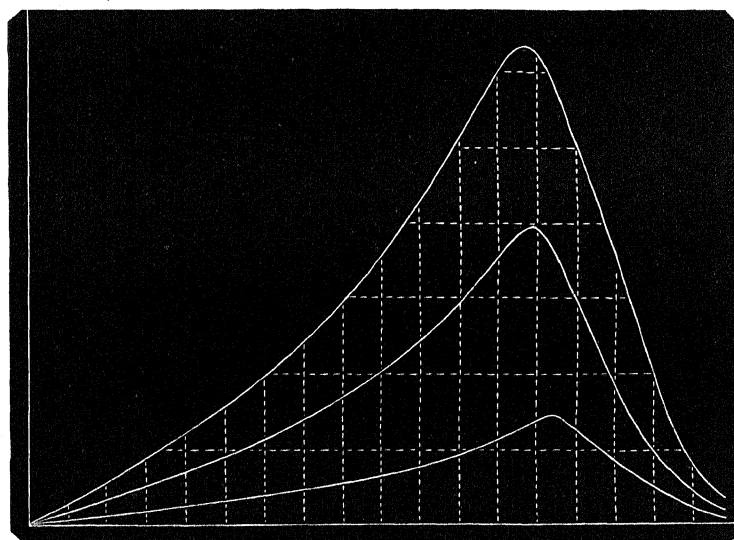
196 542 970

Or les longueurs des circuits formés par ces trois fils sont proportionnelles aux nombres

36 100 169

Divisons le travail par la longueur du circuit, nous trouvons un nombre sensiblement constant : 5,4. De là, cette conclusion : *Le travail produit est proportionnel à la longueur du circuit, la hauteur des bobines restant constante.* Il est clair que l'on ne doit point *à priori* exagérer cette conséquence, et que l'on doit se borner à en conclure qu'il convient de construire les bobines avec de gros fils. La *fig. 16* représente les résultats des expériences faites avec ces trois bobines sur le barreau III-1.

Fig. 16.



Ici se terminent les expériences que j'ai entreprises. Elles ont porté sur les éléments dont il m'a paru nécessaire d'établir l'influence pour éclairer la construction des bobines et des barreaux sur lesquels on les fait agir. Cette étude n'est pas complète assurément, mais elle peut suffire, d'une part, comme base d'expériences sur un genre de moteurs électro-magnétiques; d'autre part, comme contrôle à une théorie mathématique de l'action d'une bobine sur un barreau.