Annales scientifiques de l'É.N.S.

E. Gripon

Recherches sur les tuyaux d'orgue dits à cheminée

Annales scientifiques de l'É.N.S. 1re série, tome 2 (1865), p. 7-48
<http://www.numdam.org/item?id=ASENS_1865_1_2__7_0>

ANNALES

SCIENTIFIQUES

DE

L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE.

RECHERCHES

SUR

LES TUYAUX D'ORGUE DITS A CHEMINÉE,

PAR M. E. GRIPON,

PROFESSEUR AU LYCÉE ET A L'ÉCOLE SUPÉRIEURE DES LETTRES ET SCIENCES D'ANGERS.

Les tuyaux d'orgue *à cheminée* se composent de deux tuyaux cylindriques ayant même axe et ne différant que par le diamètre.

On les emploie depuis longtemps dans la construction des orgues, soit pour diminuer la longueur de certains tuyaux sans en altérer le ton, soit pour varier les timbres.

Daniel Bernoulli a donné une théorie de ces tuyaux dans l'important Mémoire sur les tuyaux sonores que connaissent tous les physiciens (1). Cette théorie renferme des inexactitudes qui ont été relevées par M. Duhamel (2); mais comme ces erreurs se compensent dans la suite des calculs, Bernoulli arrive à des formules exactes. Il a fait quelques expériences pour les vérifier. Poisson reprit la théorie des tuyaux sonores après Bernoulli, Euler et Lagrange, et il en fit le sujet d'un de ses plus beaux Mémoires.

(1) *Mémoires de l'Académie royale des Sciences*; 1762.
(2) *Journal de Mathématiques de* J. LIOUVILLE, t. XV.

On sait que dans un tuyau le son s'éteint lorsqu'on cesse d'entretenir les vibrations à l'embouchure. Cette extinction rapide ne peut être attribuée au frottement qui devrait d'abord affaiblir le son. Poisson admet, pour l'expliquer, que le fond d'un tuyau fermé, celui d'un tuyau ouvert, ne sont ni un nœud ni un ventre de vibration parfaits; dès lors le mouvement s'affaiblit à chaque réflexion; le grand nombre de réflexions qu'il subit l'anéantit promptement. Au lieu donc de supposer au fond des tuyaux la vitesse ou la condensation nulles, Poisson admet qu'il s'établit là un rapport constant entre la vitesse et la condensation.

Un autre caractère important de son analyse, c'est qu'au lieu de se donner l'état initial de toutes les tranches d'air, au lieu de supposer la condensation nulle à l'embouchure, Poisson se donne la vitesse de la première tranche, et cela pendant toute la durée du mouvement. Cette vitesse est donnée par une fonction périodique du temps.

A ces conditions générales il faut, pour les tuyaux à cheminée, en ajouter deux autres qui ont rapport au point de jonction des deux tuyaux :

1° Les tranches d'air contiguës doivent y avoir même densité;

2° Leurs vitesses sont en raison inverse des aires des deux tuyaux.

Nous retrouverons les mêmes conditions dans l'analyse de M. Duhamel qui arrive d'une manière très-simple et très-élégante au résultat final, en prenant pour condition que l'embouchure est un ventre et qu'il y a un nœud ou un ventre à l'extrémité du tuyau fermé ou ouvert.

Une remarque commune aux trois géomètres que nous venons de citer, c'est qu'il doit y avoir à la jonction des deux tuyaux un certain espace, dans lequel le parallélisme des tranches d'air en mouvement est altéré. De là une perturbation qui échappe au calcul et qui est vraisemblablement faible.

Poisson conclut de son analyse que l'on ne peut déterminer toutes les lois possibles des vibrations sonores, ni fixer le ton le plus bas que le tuyau doit rendre. On peut seulement exclure comme impossibles certaines lois de vibration.

Si nous appelons l la longueur du tuyau qui porte l'embouchure du *premier* tuyau, l' celle du *second*, c le rapport de l'aire du second à celle du premier, λ la longueur d'ondulation telle qu'on la prend d'ordinaire en physique, la distance théorique de deux nœuds, par exemple (c'est la moitié de ce que Poisson désigne par λ), on ne doit pas avoir, dans les tuyaux fermés,

$$(1+c)\sin\pi\frac{l+l'}{\lambda}+(1-c)\sin\pi\frac{l-l'}{\lambda}=0;$$

dans les tuyaux ouverts,

$$(1+c)\cos\pi\frac{l+l'}{\lambda}-(1-c)\cos\pi\frac{l-l'}{\lambda}=0,$$

ce qui, comme nous le verrons tout à l'heure, signifie simplement que l'extrémité ouverte du premier tuyau ne doit pas être un nœud.

Si le ton est donné par l'observation, les formules permettent de calculer la position des nœuds et des ventres, et on peut alors contrôler par l'expérience les résultats que fournit la théorie.

D'abord, dans le second tuyau, les nœuds et les ventres ont la place qu'ils occuperaient dans un tuyau ordinaire rendant le son du tuyau mixte.

Est-il fermé, et appelle-t-on y la distance des nœuds ou des ventres à la jonction des tuyaux, on aura

$$(1)\qquad \begin{cases} \text{Pour les ventres..} & \cos\pi\dfrac{l'-y}{\lambda}=0, \\ \text{Pour les nœuds...} & \sin\pi\dfrac{l'-y}{\lambda}=0. \end{cases}$$

Le second tuyau est-il ouvert, les formules deviennent

$$(2)\qquad \sin\pi\frac{l'-y}{\lambda}=0,\quad \cos\pi\frac{l'-y}{\lambda}=0.$$

Quant au premier tuyau, les formules correspondantes sont :

Tuyaux fermés. — Nœuds :

$$(1+c)\sin\pi\frac{l'+y}{\lambda}-(1-c)\sin\pi\frac{l'-y}{\lambda}=0,$$

qu'on peut transformer en

$$(3)\qquad \operatorname{tang}\pi\frac{y}{\lambda}+c\operatorname{tang}\pi\frac{l'}{\lambda}=0.$$

Ventres :

$$(1+c)\cos\pi\frac{l'+y}{\lambda}+(1-c)\cos\pi\frac{l'-y}{\lambda}=0$$

ou

$$(4)\qquad 1+c\operatorname{tang}\pi\frac{y}{\lambda}\operatorname{tang}\pi\frac{l'}{\lambda}=0.$$

On trouve pour les *tuyaux ouverts* des formules analogues. Nœuds :

$$(1+c)\cos\pi\frac{l'+y}{\lambda}-(1-c)\cos\pi\frac{l'-y}{\lambda}=0$$

ou

$$(5)\qquad c-\operatorname{tang}\pi\frac{y}{\lambda}\operatorname{tang}\pi\frac{l'}{\lambda}=0.$$

Ventres :

$$(1+c)\sin\pi\frac{l'+y}{\lambda}+(1-c)\sin\pi\frac{l'-y}{\lambda}=0$$

ou

$$(6)\qquad c\operatorname{tang}\pi\frac{y}{\lambda}+\operatorname{tang}\pi\frac{l'}{\lambda}=0.$$

Si on admet que l'embouchure soit au ventre, supposition bien naturelle, on retombe sur les formules trouvées par Bernoulli et démontrées par M. Duhamel.

Tuyaux fermés :

$$1 - c \tang \pi \frac{l}{\lambda} \tang \pi \frac{l'}{\lambda} = 0. \tag{7}$$

Tuyaux ouverts :

$$c \tang \pi \frac{l}{\lambda} + \tang \pi \frac{l'}{\lambda} = 0. \tag{8}$$

Ces formules n'ayant jamais, à ma connaissance, été vérifiées par l'expérience, j'ai entrepris de le faire, et c'est le sujet du présent travail.

Il peut être divisé en plusieurs Sections :

Dans la première Section je décris les procédés d'expérience, et je cherche les conséquences générales que l'on peut tirer des formules théoriques, sans les résoudre; les cas dans lesquels cette résolution peut être effectuée d'une manière simple; et je soumets à l'expérience les résultats que j'ai obtenus.

Dans la seconde Section, je cherche la position des nœuds et des ventres; le calcul et l'expérience me donnent des résultats que je compare.

Enfin, dans une troisième Section, je donne le moyen de déterminer le ton d'un tuyau à cheminée de dimensions données, et j'indique comment on peut construire un tuyau rendant un son déterminé.

PREMIÈRE SECTION.

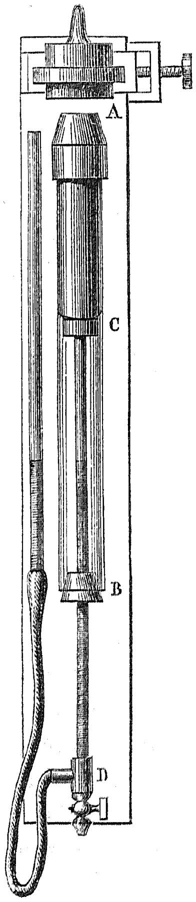
PROCÉDÉS D'EXPÉRIENCE ET CONSÉQUENCES GÉNÉRALES DES FORMULES THÉORIQUES.

J'ai employé des tuyaux en verre, en gutta-percha et en zinc. Je mesurais leurs diamètres avec une règle à coulisse munie d'un vernier. Pour les tuyaux en verre, j'y introduisais un volume déterminé d'eau, je mesurais la hauteur de la colonne. Un calcul bien connu me donnait l'aire du tube. Je n'ai fait usage que d'embouchures circulaires. Elles avaient été déjà employées par MM. Desains et Lissajoux, c'est ce qui a déterminé mon choix. Le tuyau se continuait par un ajutage en bois de même diamètre intérieur, taillé en biseau. La pièce à lumière circulaire était portée par une planchette. On pouvait, à l'aide de deux vis, déplacer cette pièce dans deux directions rectangulaires et, de plus, perpendiculaires à l'axe du tuyau. La même pièce était mobile dans son collier, et on pouvait faire varier à volonté la distance de la fente circulaire au biseau.

Ces dispositions permettaient d'ajuster facilement l'embouchure, et j'ai pu, grâce à elles, obtenir de mes tuyaux des sons très-purs, souvent très-intenses et de belle qualité.

Pour obtenir facilement des tuyaux de longueurs différentes et varier autant que possible les expériences, j'ai employé deux moyens. Je me suis servi de tuyaux en zinc se raccordant les uns aux autres sur une longueur totale d'un mètre. Une sorte de couvercle en bois me permettait de les fermer lorsque je le voulais. D'autres fois, j'ai fermé les tuyaux à l'aide d'une colonne d'eau; en faisant varier le niveau de l'eau, je changeais par là même la longueur des tuyaux. De cette manière, le tube était toujours complétement fermé, toujours avec la même substance, et l'on sait, d'après Wertheim, que la nature du fond peut parfois influer sur la hauteur du son. La colonne d'eau ainsi introduite est souvent fort longue, elle est mise en vibration par l'air; ses vibrations ne troublent-elles pas celles de la colonne d'air?

Fig. 1.



D'abord, ce moyen a été employé par Wertheim. De plus, Poisson examine, dans son Mémoire, le cas où un tuyau renferme deux colonnes d'air et d'eau superposées, et il arrive à cette conclusion que le mouvement de la colonne d'eau n'a pas d'influence sur celui de l'air. Le mouvement vibratoire s'affaiblit considérablement en passant de l'air dans l'eau (son intensité dans l'eau est $\frac{1}{3600}$ de l'intensité dans l'air), et il s'affaiblit encore en revenant de l'eau à l'air.

Enfin, j'ai eu recours à l'expérience. J'ai fermé aux mêmes points un tuyau avec une colonne d'eau en laissant libre la surface de l'eau, puis en la recouvrant d'un piston épais composé de plaques de plomb et de liége interposées, de manière à empêcher autant que possible la transmission des vibrations à l'eau, et je n'ai pas trouvé de différences sensibles dans la hauteur des sons obtenus.

Le tuyau embouché, le premier tuyau AB, est vertical; le second CD, d'un plus petit diamètre, pénètre dans le bouchon qui ferme le premier (*fig.* 1); il porte en haut un bouchon qui simule un piston et le maintient dans l'axe du premier. En bas sont un robinet et un tube latéral qui l'unit à un tube de verre vertical. Celui-ci est divisé en millimètres, et dans le cas des tuyaux opaques il fait connaître la position du niveau de l'eau. Les tuyaux, lorsqu'ils sont en verre, portent eux-mêmes une telle graduation. En versant de l'eau dans le tube latéral, on remplit de ce liquide toute la partie inférieure du premier tube jusqu'à l'orifice du second. Ainsi c'est la position de ce dernier qui limite la longueur du premier.

Ouvre-t-on le robinet, le niveau de l'eau ne varie que dans le second tube et on peut donner à la colonne d'air qu'il renferme la longueur que l'on veut. En amenant le niveau de l'eau dans le premier tube au-dessus de l'orifice du second, on le transforme tout de suite en un tuyau ordinaire et l'on peut déterminer la longueur du tuyau simple qui rendrait le même son que le mixte, pour la même embouchure et sous la même pression. Un thermomètre placé près du tuyau donne la température.

Pour apprécier la hauteur des sons, je me suis servi d'un sonomètre; la corde avait une longueur de 0,959.

Je l'accordais à l'aide d'un diapason faisant 512 vibrations à la seconde. La corde donnait l'octave grave, soit 256 vibrations.

J'ai vérifié avec la sirène le ton de mon diapason; j'ai aussi employé, comme vérification, un diapason qui donnait le *la* normal de 870 vibrations. Les résultats obtenus à l'aide des deux diapasons sont parfaitement concordants. Il n'est généralement pas difficile de prendre l'unisson du ton d'un tuyau, on peut s'aider des battements. Souvent on a une tendance à prendre le ton un peu trop haut, ce qui vient, je crois, de ce que l'on entend à la fois le son fondamental et les harmoniques; ceux-ci tendent à augmenter l'acuité du son grave de la même manière que la nuance d'une couleur se trouverait altérée, si on y ajoutait un petit nombre de rayons de couleurs différentes. Lorsque les sons sont très-graves, les battements ne sont plus perceptibles, les différences de timbre et d'intensité du tuyau et de la corde rendent la comparaison plus difficile.

J'ai fait quelques expériences en cherchant à renforcer à l'aide d'un tuyau mixte le son d'un diapason. Je ne les cite que parce qu'elles m'ont permis de reproduire une expérience de M. Lissajoux sur l'interférence des ondes sonores. Si on détache un diapason de sa caisse renforçante et si on le fait vibrer à l'orifice de la caisse, le son est énergiquement renforcé, pourvu que les deux branches aient leurs larges faces parallèles à l'orifice. Mais, si on incline l'instrument, de telle sorte que les deux branches cessent de se cacher mutuellement et qu'elles puissent agir isolément sur l'air de la caisse, il arrive un moment où le son s'éteint presque complétement. L'air reçoit alors du mouvement de chacune des deux branches : ces mouvements sont contraires et se détruisent. La preuve qu'il en est ainsi, c'est qu'on entend de nouveau le son si l'on cache l'une des branches avec un carton. Du reste, en faisant vibrer près de l'oreille un diapason que l'on tourne entre les doigts, on a des sons forts ou faibles, suivant que l'onde sonore provient d'une des branches ou des deux branches à la fois.

Si nous prenons la formule des tuyaux fermés,

$$1 + c \tang \pi \frac{l}{\lambda} \tang \pi \frac{l'}{\lambda} = 0,$$

et si nous divisons les deux termes de chaque fraction de π par l, en posant

$$\frac{\lambda}{l} = a \frac{l'}{l} = b,$$

nous aurons

$$1 + c \tang \pi \frac{1}{a} \tang \pi \frac{b}{a} = 0.$$

En donnant certaines valeurs à a, nous en déduirons des valeurs correspondantes de b, et nous pourrons tracer des courbes ayant a et b pour coordonnées. On pourrait à l'aide de ces courbes déterminer facilement les sons que peut rendre un tuyau donné. Elles font voir que pour une même valeur de l et de l' ou de b, qui est l'ordonnée, il y a un nombre infini de sons de plus en plus aigus. J'appellerai *son fondamental* le plus grave; les autres seront les harmoniques. J'ai joint à ce travail les courbes du son grave et des premiers harmoniques dans le cas de $c = 0,376$ et $c = \frac{1}{0,376} = 2,662$, afin de montrer la différence d'allure qu'elles prennent selon que le diamètre du second tuyau est plus petit ou plus grand que celui du premier.

La formule précédente fait voir que si l'on change l en l' et réciproquement, les valeurs de λ ne changent pas. Ainsi :

Dans les tuyaux à cheminées fermées, les sons ne changent pas si on donne au premier tuyau la longueur attribuée d'abord au second, et à ce dernier la longueur primitive du premier.

Voilà un premier énoncé qu'il s'agit de vérifier. Dans tous les tableaux qui suivent, les longueurs sont données en millimètres; l est toujours la longueur du premier tuyau, l' celle du second, L la longueur de la corde du sonomètre, λ la longueur d'onde qu'on en déduit en multipliant L par un facteur, variable avec la température, et qui vers 10 degrés est 1,377, λ' la longueur d'onde calculée à l'aide de la formule, r le rapport $\frac{\lambda}{\lambda'}$; je l'ai inscrit même dans ces premiers tableaux pour m'en servir plus tard, car il est bien évidemment inutile à la vérification de l'énoncé précédent.

SÉRIE I.

Deux tuyaux en zinc.... Diamètre, 31 et 19 millimètres.

$c = 0,376$. $t = 13^\circ$.

l	l'	L	λ	λ'	r
200	100	379	523,3	490,2	1,06
100	208	372	513,7	»	1,04
»	»	156	215,5	200	1,07
»	»	165	225,8	»	1,12
»	»	101	139,5	125,9	1,10
»	»	99	136,5	»	1,09
400	200	735	1015	980,4	1,04
200	408	735	1015	»	»
»	»	304	418,6	400	1,04
»	»	306	421,6	»	1,05
»	»	191	263,7	251,9	1,04
»	»	192	265	»	1,05
»	»	129	178	165,7	1,07
»	»	129	178	»	1,07
600	300	455	628,3	600	1,04
300	600	456	629,7	»	1,04
»	»	285	393	377,6	1,04
»	»	284	392	»	1,04
»	»	187	252,7	348,7	1,03
»	»	187	252,7	»	1,03
»	»	147	203	»	»
»	»	147	203	»	»
»	»	128	177,9	165,4	1,07
»	»	125	172,8	»	1,07
300	200	600	828,8	784,8	1,05
200	300	600	828,8	»	»
200	300	270	373	354,6	1,06
200	300	271	374,4	»	»
200	300	152	209,9	200	1,05
»	»	152	209,9	»	1,05
600	400	545	753	709	1,06
400	600	546	754,4	»	1,06
»	»	304	420	400	1,05
»	»	305	421	»	»
»	»	210	290	»	»
»	»	210	290	»	»
»	»	172	237,5	»	»
»	»	172	237,5	»	»
»	»	136	187,2	»	»
»	»	136	187,2	»	»

Tuyaux en zinc.... Diamètre, 51 et 19 millimètres.

$c = 0,1362.$

l	l'	L	λ	λ'	r
200	400	307	426	400	1,06
400	200	303	417	»	1,04
»	»	645	896	866	1,03
»	»	675	937	»	1,08
»	»	120	166	162	1,02
»	»	124	172	»	1,06
300	600	1000	1390	1299	1,07
600	300	990	1374	»	1,06
»	»	315	437	390	1,1
»	»	300	416	»	1,06
»	»	189	262	243	1,08
»	»	189	262	»	»
»	»	155	215	»	»
»	»	150	208	»	»
300	400	202	280	280	1
400	300	205	284	»	1
»	»	417	576	540	1,07
»	»	415	576	»	1,07
»	»	705	979	916	1,06
»	»	705	979	»	1,06
500	400	205	284	»	»
400	500	205	284	»	»
»	»	256	360	340	1,06
»	»	257	357	»	1,06
»	»	545	757	718	1,05
»	»	550	764	»	1,05

Tuyaux en zinc.... Diamètre, 51 et 31 millimètres.

$c = 0,362.$

600	200	254	353	332	1,06
200	600	253	354	»	1,06
»	»	365	504	491	1,04
»	»	367	507	»	1,04
400	600	209	289	»	»
600	400	207	286	»	»
»	»	540	746	702	1,06
»	»	530	732	»	1,04
400	200	195	267	258	1,03
200	400	191	261	»	1,03
»	»	305	414	400	1,03
»	»	310	421	»	1,05
»	»	740	1022	960	1,05
»	»	730	1009	»	1,04

Le principe énoncé se vérifie, on le voit. La concordance des nombres est moindre pour des tuyaux de grands diamètres, moindre pour des tuyaux de petites longueurs.

Il y a cependant une remarque importante à faire. Lorsqu'on veut faire sortir avec pureté les sons divers que donne un tuyau, il faut faire varier convenablement la distance du biseau à la lumière de l'embouchure. Les harmoniques élevés sortent d'abord, puis, en écartant le biseau, on entend des sons de plus en plus graves, et enfin le son fondamental. En augmentant encore la largeur de l'embouchure, on entend de nouveau, sous une pression plus faible, la série des sons harmoniques terminés par le son fondamental, et ensuite une nouvelle série recommence. Ces trois séries ne sont pas identiques; les sons analogues sont d'autant plus aigus que l'embouchure est plus large, et la différence est surtout marquée pour de petites longueurs de tuyaux. Ce résultat s'explique aisément. Pour que l'embouchure fût un ventre de vibration, comme la théorie le suppose, il faudrait qu'elle fût entièrement libre, et il n'en est rien. La pièce qui porte la fente est nécessairement voisine de l'orifice du tube, et cela change la nature de l'onde sonore qui rencontre un corps solide au lieu de la masse indéfinie de l'atmosphère. De là un abaissement de ton d'autant plus grand que l'embouchure est plus étroite. La longueur du tuyau est-elle faible, les différences des longueurs d'onde peuvent atteindre ou dépasser 0,1 de leur valeur.

Ainsi, avec un tuyau de 31 millimètres de diamètre et une longueur de 100 millimètres, j'ai obtenu pour λ :

249,5	l'embouchure ayant	une largeur	de	3^{mm}
229,2	»	»	»	7

Longueur 200 :

483	l'embouchure ayant	une largeur	de	5^{mm}
463	»	»	»	10

Pour de grands tuyaux la différence est moindre.

Longueur 1000, second harmonique :

428	l'embouchure ayant	une largeur	de	4^{mm}
423	»	»	»	10

Longueur 600, premier harmonique :

427	l'embouchure ayant	une largeur	de	5^{mm}
418	»	»	»	10

Il y a donc dans les résultats que l'on peut obtenir une certaine élasticité, suivant qu'on emploiera des embouchures larges ou étroites. Avec celles-ci les sons sont plus intenses, et en les employant on se rapproche des conditions ordinaires de la fabrique d'orgues; avec celles-là, on satisfait mieux aux conditions de la théorie.

Pour composer les premiers tableaux, j'ai choisi pour chaque groupe les sons les plus rapprochés, en ne tenant aucun compte des différences d'embouchure. Souvent, surtout pour les sons graves, l'un des sons est obtenu avec une embouchure étroite, c'est d'ordinaire celui qui correspond à la plus grande valeur de l, l'autre avec une embouchure large.

Si l'on voulait se placer dans les mêmes circonstances, prendre par exemple les sons intenses qui répondent aux embouchures étroites, on trouverait (Série II) que l'inversion des longueurs change le son, surtout si la longueur du tuyau embouché est faible : le son le plus grave répond à la plus petite valeur de l. La longueur du tuyau, si elle n'est pas très-petite, semble sans influence. Ces différences s'expliquent, si on remarque que l'influence de l'embouchure varie avec la longueur et le diamètre des tuyaux dans les tuyaux ordinaires. Il n'est pas étonnant qu'il en soit de même pour les tuyaux mixtes.

SÉRIE II.

$c = 0,1365.$ $t = 15^\circ.$

l	l'	L	λ
200	400	325	451
400	200	303	420
300	600	490	680
600	300	430	597
»	»	185	256
»	»	180	249
300	400	202	280
400	300	212	294
»	»	430	597
»	»	415	576
500	400	265	368
400	500	257	357

$c = 0,362.$ $t = 13^\circ.$

l	l'	L	λ
200	400	319	441
400	200	300	414
400	600	215	297
600	400	207	286
200	600	258	361
600	200	254	352
»	»	380	525
»	»	365	504

Ainsi, en prenant deux tuyaux dont les parties ont des longueurs inverses les unes des autres, il est possible, comme la théorie l'indique, de leur faire rendre le même son. Si les embouchures sont analogues, les deux sons présentent des différences qui semblent tenir surtout au mode d'embouchure. Du reste, les sons obtenus sont toujours plus graves qu'ils ne devraient l'être en théorie.

Les tuyaux ouverts conduiraient à quelque chose d'analogue. La formule est alors

$$c \operatorname{tang} \pi \frac{l}{\lambda} + \operatorname{tang} \pi \frac{l'}{\lambda} = 0;$$

changeons à la fois l en l' et c en $\frac{1}{c}$, et λ restera le même. C'est-à-dire :

Dans un tuyau mixte ouvert on peut emboucher indifféremment l'un ou l'autre des tuyaux qui le composent sans changer le son.

Cette conséquence est moins curieuse que la précédente. Ici la masse d'air qui vibre reste la même, tandis que pour les tuyaux fermés elle change beaucoup avec l'inversion des longueurs.

Voici quelques expériences qui vérifient l'énoncé précédent :

SÉRIE III.

Tuyaux ouverts. $c = 0,1365$.

l	l'	L	λ
200	400	207	286
»	»	545	753
400	400	200	273
»	»	298	412
»	»	600	829
400	600	180	246
400	600	333	460
»	1000	207	287
»	»	277	384
»	»	317	436
»	»	498	692
600	200	115	160
»	»	301	279
»	»	485	673

$$c = 7,347 = \frac{1}{0,1365}.$$

l	l'	L	λ
400	200	208	287
»	»	577	797
400	400	202	276
»	»	301	416
»	»	600	829
600	400	180	249
»	»	333	460
1000	400	205	284
»	»	276	383

l	l'	L	λ
1000	400	317	436
»	»	495	691
200	600	120	167
»	»	315	298
»	»	495	687

$$c = 2,662 = \frac{1}{0,376}.$$

l	l'	L	λ	λ'	r
200	200	153	212	200	1,04
»	»	307	426	400	1,06
400	400	200	278	266	1,04
»	»	300	417	400	1,04
600	600	151	210	200	1,05
»	»	182	253	240	1,05
»	»	224	311	300	1,036
»	»	450	625	600	1,04
600	300	112	156	»	»
»	»	140	194	»	»
»	»	165	229	»	»
»	»	225	312	300	1,04
»	»	365	507	486	1,04

$$c = 0,376.$$

200	200	152	211	200	1,05
»	»	309	429	400	1,07
400	400	200	278	266	1,04
»	»	302	420	400	1,05
600	600	150	209	200	1,045
»	»	182	253	240	1,05
»	»	225	312	300	1,04
»	»	455	632	600	1,05
300	600	112	156	»	»
»	»	140	194	»	»
»	»	165	229	»	»
»	»	228	316	300	1,05
»	»	364	506	486	1,04

Reprenons les équations de nos courbes :

$$1 - c \tang \frac{\pi}{a} \tang \frac{\pi b}{a} = 0, \quad c \tang \frac{\pi}{a} + \tang \frac{\pi b}{a} = 0.$$

Il est clair que si l'on donne à b une valeur constante, on aura toujours les mêmes valeurs de a. On a dès lors une loi analogue à celle des tuyaux simples.

Si on établit un rapport constant entre les longueurs des tuyaux simples qui composent un tuyau à cheminée, les nombres des vibrations des sons obtenus seront en raison inverse des longueurs de l'un des deux tuyaux.

J'ai réuni ici les valeurs de $\frac{\lambda}{l}$ déduites des nombres inscrits dans les tableaux qui précèdent.

$c = 0,376.$

200	100	2,655	1,077	0,697	»
400	200	2,39	1,046	0,639	0,445
600	300	»	1,067	0,622	0,428

$c = 0,1365.$

200	400	»	2,13	0,83	»
300	600	»	2,10	0,87	»

$c = 0,362.$

200	200	3,23	1,61	0,693	»
400	400	3,17	1,58	0,620	»

SÉRIE IV.

Tuyaux fermés en verre de 25 et 15 millimètres. $t = 10°$. $c = 0,357$.

l	l'	L	2λ	$\frac{\lambda}{l}$	L	2λ	$\frac{\lambda}{l}$	L	2λ	$\frac{\lambda}{l}$	L	2λ	$\frac{\lambda}{l}$
200	200	116	319,4	0,798	233	641,7	1,604	»	»	»	»	»	»
300	300	170	468,2	0,780	236	925,3	1,584	670	1845	3,075	»	»	»
400	400	225	605,5	0,757	450	1211,3	1,513	890	2451	3,063	»	»	»
600	600	330	908,2	0,757	»	»	»	»	»	»	267	755,8	0,612
800	800	445	1225,8	0,766	»	»	»	»	»	»	355	977,7	0,611
200	100	102,5	282,3	0,705	150	413,1	1,03	370	1019	2,53	»	»	»
300	150	146	402,1	0,673	227	625,2	1,04	541	1490	2,48	»	»	»
400	200	191	526	0,657	297	807,9	1,02	715	1669	3,46	»	»	»
800	400	381	1049	0,655	»	»	»	»	»	»	»	»	»
200	400	306	833,1	2,082	»	»	»	»	»	»	»	»	»
400	800	595	1638,6	2,045	»	»	»	»	»	»	»	»	»
400	100	150	413,1	0,516	225	619,6	0,774	651	1793	2,28	»	»	»
600	150	224	616,9	0,514	336	925,3	0,771	1008	2776	2,31	»	»	»
800	200	298	820,7	0,513	442	1217,2	0,760	»	»	»	»	»	»

Tuyaux ouverts en gutta de 30 millimètres, *en verre* de $15^{mm},8$. $c = 0,2774$.

200	200	165	227	1,13	»	»	»	»	»	»	»	»	»
300	300	242	333	1,10	»	»	»	»	»	»	»	»	»
500	500	375	516	1,03	»	»	»	»	»	»	»	»	»
200	100	288	397	1,98									
500	250	664	914	1,83	263	362	0,72	187,5	358	0,51	150	306	0,413
800	400	»	»	»	»	»	»	302	416	0,51	234	322	0,402
1000	500	»	»	»	525	723	0,72	»	»	»	294	405	0,405

On trouverait un grand nombre d'autres vérifications dans la Série VI.

Tous ces nombres nous amènent à conclure que la loi énoncée se vérifie à très-peu près. Les différences qui existent entre la valeur de $\frac{l}{\lambda}$ affectent généralement le second chiffre décimal. Elles sont moindres pour les tuyaux ouverts. elles atteignent leur plus grande valeur pour des tuyaux de faible longueur. Nous les retrouverons du même ordre pour les tuyaux ordinaires.

Les formules

$$1 - c \operatorname{tang} \pi \frac{l}{\lambda} \operatorname{tang} \pi \frac{l'}{\lambda} = 0, \quad c \operatorname{tang} \pi \frac{l}{\lambda} + \operatorname{tang} \pi \frac{l'}{\lambda} = 0$$

sont facilement résolubles dans un petit nombre de cas particuliers.

Prenons la première, qui répond aux tuyaux fermés : donnons aux deux portions du tuyau la même longueur $l = l'$, nous aurons

$$\operatorname{tang} \pi \frac{l}{\lambda} = \sqrt{\frac{1}{c}};$$

soit a la plus petite valeur de $\pi \frac{\lambda}{l}$, nous en tirerons

$$\lambda = l \frac{\pi}{n\pi \pm a}.$$

Prenons $c = 0,376$, c'est-à-dire les deux tuyaux en zinc de 31 et 19 millimètres de diamètre. Les valeurs de $\frac{\lambda}{l}$ sont : 3,077; 1,481; 0,755; 0,430; 0,374; 0,301.

Voici les nombres que donne l'expérience :

SÉRIE V.

$c = 0,376. \quad t = 13^\circ.$

l	L	λ	λ'	r
100	243	335,6	307,7	1,09
»	120	166	148,1	1,10
200	118	163	150,9	1,08
»	225	311	296,2	1,01
»	474	655	615,4	1,06
300	134	185	179,1	1,02
»	168	232	226,1	1,02
»	338	467	444,3	1,05
»	695	960	923,1	1,04
400	131	181	172	1,05
»	182	251	238,8	1,04
»	452	596	592,4	1,008
600	136	187,8	180,6	1,04
»	168	232	224	1,03
»	266	367	358	1,02
»	335	462,5	452,8	1,02
»	655	904	886,6	1,02

J'ai pris deux tuyaux en zinc de 51 et 31 millimètres. La valeur de c, rapport des surfaces, est à peu près la même que dans le cas qui précède $c = 0,362$. Il n'y a de changé que les diamètres des deux tuyaux.

$$c = 0,362. \quad t = 13°.$$

l	L	λ	λ'	r
200	126	138,6	119,2	1,1
»	232	322	294	1,09
»	472	655	620	1,06
400	180	250	238	1,05
»	228	317	302	1,04
»	445	632	588	1,07
»	914	1270	1240	1,02
600	195	271	258	1,05
»	267	371	357	1,03
»	335	465	453	1,02
»	665	921	882	1,04

$$c = \frac{1}{0,362} = 2,760.$$

l	L	λ	λ'	r
200	132	182	170,6	1,06
»	185	256	242	1,06
»	900	1243	1160	1,07
400	111	153	141,6	1,08
»	171	236	218,8	1,08
»	357	493	484	1,02
»	248	342,5	341,2	1,00
600	118	163	156,6	1,03
»	161	222	212,4	1,04
»	203	280	276,0	1,02
»	244	337	328,2	1,03
»	377	520,6	511,8	1,01

Avec les tuyaux ouverts, la formule

$$c \operatorname{tang} \pi \frac{l}{\lambda} + \operatorname{tang} \pi \frac{l'}{\lambda} = 0$$

donne, quand on fait $l = l'$,

$$\operatorname{tang} \pi \frac{l}{\lambda}(1 + c) = 0 \quad \text{ou} \quad \operatorname{tang} \pi \frac{l}{\lambda} = 0 \quad \text{ou} \quad \lambda = \frac{l}{n},$$

qui ne donne pas tous les sons que le tuyau peut rendre. Cette formule est une transformation de celle-ci, donnée par Poisson :

$$(1 + c) \sin \pi \frac{l + l'}{\lambda} - (1 - c) \sin \pi \frac{l - l'}{\lambda} = 0.$$

De celle-ci on tire

$$2\cos\pi\frac{l}{\lambda}\cos\pi\frac{l'}{\lambda}\left(c\tang\pi\frac{l}{\lambda}+\tang\pi\frac{l'}{\lambda}\right)=0;$$

faisant $l=l'$, on a

$$(1+c)\sin\pi\frac{2l}{\lambda}=0 \quad \text{ou} \quad \lambda=\frac{2l}{n}.$$

On a donc *la série des sons que rendrait un tuyau simple ouvert, dont la longueur serait égale à la longueur totale du tuyau mixte.*

Dans ce cas, le changement de diamètre des deux portions de tuyau n'a pas d'influence. Nous remarquerons qu'il y a alors un nœud ou un ventre à la surface de séparation des deux tuyaux. Si nous cherchons dans quel cas le nœud est ainsi placé, nous retrouvons $\lambda=\frac{2l'}{n}$, qui coïncide ici avec la condition précédente, puisque $l'=l$. Le nœud pourrait occuper la même place dans bien d'autres systèmes de tuyaux, mais seulement pour un des harmoniques.

Outre les nombres inscrits dans la Série III, nous citerons encore les résultats suivants :

SÉRIE VI.

$c=0,376.$

l	L	λ	λ'	r
100	165	228	200	1,14
»	170	235	»	1,17
300	153	211,4	200	1,04
»	227	314	300	1,05
»	452	624	600	1,05
400	122	168	160	1,05
»	198	273	266	1,03
»	600	828	800	1,035
500	110	152	150	1,01
»	148	204	200	1,02
»	249	344	333	1,03
»	372	513	500	1,026
»	755	1042	1000	1,04
600	295	407	400	1,02
»	890	1230	1200	1,025

$c=2,662.$

200	105	146	133	1,09
400	100	139	133	1,04
»	149	208	200	1,04
600	113	157	150	1,04

$c = 0,1365.$

l	L	λ	λ'	r
100	180	248,6	200	1,24
»	202	279	»	1,39
200	115	159	150	1,06
»	158	211	200	1,055
»	310	428	400	1,07
200	336	464	400	1,16
300	160	221	200	1,10
»	230	317,5	300	1,06
»	465	632	600	1,05
»	489	675	600	1,12
400	125	173	160	1,02
»	305	421	400	1,05
»	600	829	800	1,03
»	615	850	800	1,06
500	158	218	200	1,09
»	260	359	333	1,08
»	775	1070	1000	1,07
600	305	421	400	1,05
»	907	1252	1200	1,045
800	237	327	320	1,02
»	400	552	533	1,03
»	1200	1658	1600	1,04
1000	215	297	285	1,04
»	300	414	400	1,035
»	508	702	666	1,05

Les formules sont encore résolubles lorsqu'on y fait $l = 2l'$ ou $l' = 2l$.

Dans les tuyaux fermés, pour $l = 2l'$, on a

$$\operatorname{tang} \pi \frac{l'}{\lambda} = \sqrt{\frac{1}{1+2c}},$$

et en outre

$$\lambda = \frac{1}{2n+1}.$$

Cette dernière s'obtient à l'aide de la formule

$$(1+c)\cos\pi\frac{l+l'}{\lambda} + (1-c)\cos\pi\frac{l-l'}{\lambda} = 0,$$

qui sert à trouver la seconde formule

$$1 - c \operatorname{tang}\pi\frac{l}{\lambda}\operatorname{tang}\pi\frac{l'}{\lambda} = 0\,;$$

de même, pour $l' = 2l$, on aura

$$\tang \pi \frac{l}{\lambda} = \sqrt{\frac{1}{1+2c}} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{2l}{2n+1}.$$

Si le tuyau est ouvert, on a

$$l = 2l', \quad \tang \pi \frac{l'}{\lambda} = \sqrt{1+2c} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{1}{2n},$$

$$l' = 2l, \quad \tang \pi \frac{l}{\lambda} = \sqrt{\frac{2+c}{c}} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{l}{n}.$$

On voit que *si on donne au second tuyau une longueur double du premier, on aura tous les sons que rendrait le premier sonnant seul; lorsque le second tuyau a la moitié de la longueur du premier, on a les sons rendus par la moitié du premier résonnant seul: ils sont à l'octave des précédents*. Dans les deux cas, *on a encore d'autres sons qui dépendent alors du rapport des surfaces des tuyaux employés*.

J'ai cherché directement si, en donnant au second tuyau une longueur double du premier, on reproduit les sons de celui-ci.

Voici quelques résultats :

$c = 0,3594$, on a deux tubes en verre;

$l = 200$	$l' = 0$	$L = 303$
	$l' = 400$	$L = 298$
$l = 300$	$l' = 0$	$L = 453$
	$l' = 600$	$L = 448$

$c = 0,1307$

$l = 400$	$l' = 0$	$L = 195$
	$l' = 800$	$L = 195$

Les sons aigus changent peu rapidement lorsqu'on fait varier la longueur l'. Cette dernière expérience a donc moins de valeur qu'on ne pourrait le supposer :

$c = 0,3605$

$l = 400$	$l' = 0$	$L = 600$
	$l' = 800$	$L = 595$
$l = 200$	$l' = 0$	$L = 320$
	$l' = 400$	$L = 306$

Ainsi, les sons changent quand on passe de $l' = 0$ à $l' = 2l$. Cela n'a pas lieu de nous surprendre, puisque dans les tuyaux ordinaires $2l$ ne représente jamais la quantité que nous appelons λ.

Si on cherche pour quelle longueur l' le son du tuyau primitif se trouve reproduit, on voit que c'est lorsque l' égale la longueur d'onde réelle. On en aura plus loin la preuve.

Voyons comment se vérifie l'énoncé précédent.

On trouvera des expériences qui s'y rapportent dans les Séries I et II.

SÉRIE VII.

Tuyaux fermés. $c = 0,362$.

l	l'	L	λ	λ'	r
200	100	158	218	200	1,09
»	»	370	511	482	1,06
400	200	195	269	252	1,07
»	»	300	414	400	1,07
»	»	740	1022	964	1,06

$c = 0,1365$.

l	l'	L	λ	λ'	r
200	100	341	472,6	433	1,06
»	»	356	494	»	1,1
400	800	207	287	266	1,08
»	»	605	840	800	1,05
500	1000	250	347	333	1,04
»	»	300	416,6	405	1,03
»	»	760	1054	1000	1,05

Tuyaux ouverts. $c = 0,376$.

l	l'	L	λ	λ'	r
100	200	200	276	263	1,05
»	»	213	294	»	»
200	400	247	361	308	1,05
»	»	149	206	200	1,03
»	»	400	552,5	526	1,05
»	»	408	560	»	1,06
400	800	220	304	290	1,06
»	»	300	414	400	1,035
»	»	490	677	616	1,09
»	»	800	1105	1052	1,05
200	100	115	159	141	1,10
»	»	272	375	541	1,10
400	200	120	165	154,6	1,06
»	»	151	208,6	200	1,04
»	»	213	294	282	1,04
»	»	518	715	682	1,049
600	300	175	240	231,9	1,03
»	»	225	311	300	1,036
»	»	314	434	423	1,03
»	»	780	1070	1023	1,05

$c = 0,1365.$

l	l'	L	λ	λ'	r
100	200	192	256,5	236	1,10
200	400	267	371	346	1,07
»	»	368	511	472	1,09
400	800	130	180	165	1,09
»	»	216	299,3	281,6	1,08
»	»	299	416	400	1,04
»	»	528	731,5	692	1,05
»	»	735	1020	944	1,08
500	1000	157	218	206	1,06
»	»	232	322	317	1,01
»	»	265	368	352	1,05
»	»	658	914	865	1,05
»	»	915	1270	1180	1,08
200	100	290	400	372	1,07
400	200	212	293	274	1,07
»	»	568	788	744	1,06
800	400	175	243	230	1,05
»	»	238	330	315	1,04
»	»	410	568	548	1,04
»	»	1200	1660	1488	1,10
1000	500	216	299	288,6	1,04
»	»	295	410	394	1,04
»	»	510	708	685	1,02
»	»	1470	2014	1860	1,08

$$c = 7,347 = \frac{1}{0,1365}.$$

200	400	153	212	200	1,06
»	»	207	286	274	1,04
»	»	545	753	744	1,01
300	600	80	110	109	1,01
»	»	225	311	300	1,03
»	»	303	419	411	1,02
»	»	830	1145	1116	1,02

On voit, en consultant les Séries de V à VII, que les tuyaux rendent des sons constamment plus graves que ceux qu'indique la théorie. La différence est surtout grande pour les petits tuyaux et les embouchures étroites. L'onde est alors 1,1 la longueur théorique. Pour de plus grandes longueurs, le rapport varie de 1,02 à 1,08. En moyenne :

Tuyaux fermés....	$c = 0,376$	1,03
	$c = 0,1365$	1,05
Tuyaux ouverts...	$c = 0,376$	1,04
	$c = 0,1365$	1,05

Dans l'un des cas, on a deux tuyaux de 31 et 99 millimètres ; dans l'autre, de 51 et 19 millimètres.

L'influence de la valeur de c est donc assez faible. Cependant, il semble que le son obtenu soit plus loin du son théorique, lorsqu'il y a une grande différence entre les diamètres des deux tuyaux. L'influence du diamètre même des tuyaux est peu marquée dans le cas où le diamètre dépasse 20 millimètres, car les résultats obtenus avec les tuyaux de 31 et 19 millimètres, $c = 0,376$, sont à peu près les mêmes que ceux que donneraient les tuyaux de 51 et 31 millimètres, $c = 0,362$.

DEUXIÈME SECTION.

POSITION DES VENTRES ET DES NOEUDS.

Reprenons les formules théoriques (1) à (6).

Lorsque le son est donné et que l'on connaît la longueur d'onde λ, on peut, à l'aide des formules de Poisson, calculer la position des nœuds et des ventres dans la colonne d'air et vérifier ces formules par expérience.

Si l'on ferme un tuyau en un point tel, que le nouveau tuyau rende le même son que l'ancien, la position du piston, de la cloison que l'on emploie, est-elle celle du nœud de la première colonne ? Bernoulli le pensait, Savart en doute, Masson le nie complétement. La masse d'air en vibration se trouve changée et peut-être aussi le mode de partage de la colonne ; les vibrations communiquées au piston réagissent sur celles de l'air et les troublent : les surfaces nodales ne sont peut-être pas planes et perpendiculaires à l'axe du tuyau (expériences de Savart), et le piston ne peut dès lors coïncider avec elles. Les expériences de MM. Desains et Lissajoux sur la position des nœuds dans un tuyau amoindrissent la valeur de ces objections, et permettent de penser que la position du piston est toujours voisine du nœud, si elle ne coïncide pas avec lui. En fermant les tuyaux avec une colonne d'eau, il m'était si facile de déterminer la position présumée des nœuds, que j'ai fait un grand nombre d'observations de ce genre.

Je vais en citer quelques-unes. J'appelle y la distance du nœud au point de jonction des deux tuyaux donnée par l'expérience, y' la distance calculée ; à la suite se trouve la différence $y'-y$.

La position des ventres a été déterminée dans des tuyaux en gutta-percha que l'on pouvait percer facilement au point convenable.

Dans les expériences qui suivent, on s'est attaché à conserver à l'embouchure la même largeur et à la soufflerie la même pression.

SÉRIE VIII.

Tuyaux fermés en verre de 25 millimètres et de $9^{mm},5$. $c = 0,1307$.

					Nœuds du 1er tuyau.		Différence.	Nœuds du 2e tuyau.		Différence.
l	l'	t	L	λ	y	y'		y	y'	
300	0	20°	440	616,5	»	»	»	610	616,4	6,05
»	»	16	147	204,2				610	612	2
»	200	15	147	206,2	7	5	2	404	408	4
»	»	»	»	»	»	»	»	404	408	4
»	300	»	161	223,6	210	207	3	78	77	1
»	450	»	418	580,5	22	20	2	»	»	»
»	»	»	149	207	200	200	8	37	36	1
400	0	17	193	269	»	»	»	266	269	3
»	160	»	248	345,5	248	253	5			
»	600	»	563	784,5	25	29	4			
500	200	16	230	319,5	27	30	3			
»	700	»	693	962,5	41	46	5			
600	0	18	293	409	400	409	9			
»	200	»	258	360,5	411	444	3			
»	400	»	173	239	493	496	3			
700	600	16	353	485	568	473	5			
800	400	»	388	539	21	23	2			

Tuyaux fermés : tubes en gutta de 20 millimètres, *et en verre* de $14^{mm},9$.

$c = 0,558. \quad t = 8^{\circ}$.

				Nœuds du 2e tuyau.		Différence.	Nœuds du 1er tuyau.		Différence.	Ventres.
l	l'	L	λ	y	y'		y	y'		y observé.
300	100	535	736,5	756	746	10	»	»	»	»
»	»	191	261,5	358	361	3	180	181	1	50
»	200	260	304,8	554	554	0	129	138	9	»
»	»	153	209	405	409	4	207	214	7	102
»	500	169	230,5	»	»	»	193	198	5	78
500	50	265	364,9	360	364	4	333	336	3	151
»	100	280	385,5	481	485	4	321	330	9	»
»	300	410	563	»	»	»	241	248	7	»
»	»	238	326,8	»	»	»	345	341	4	176
»	»	167	229	»	»	»	174	179	5	288
»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	60
700	500	362	476,9	475	479	4	462	466	4	215
»	200	420	574	»	»	»	428	424	4	»
»	»	273	394,9	370	375	5	163	165	2	350
»	»	»	»	»	»	»	533	540	7	»
»	400	335	460	»	»	»	484	490	6	262
»	»	»	»	»	»	»	38	35	3	»
»	800	325	446,3	357	354	3	51	57	6	265
»	»	205	281,5	242	247	5	19	25	6	»
»	»	»	»	»	»	»	297	306	9	»

Deux tuyaux : l'un en gutta de 20 millimètres, *l'autre en verre* de $7^{mm},9$.

$c = 0,1137. \quad t = 8^{\circ}$.

				Nœuds du 1er tuyau.		Différence.
l	l'	L	λ	y	y'	
703	10	368	505,5	465	479	14
»	20	225	309	252	258	6
»	»	»	»	557	567	10
»	100	255	350	200	206	6
»	»	»	»	546	556	10
»	»	176	240,7	120	128	8
»	»	»	»	360	369	9
»	»	»	»	598	610	12
»	200	485	666	383	388	5
»	»	266	365	175	176	1
»	»	»	»	535	540	5

l	l'	L	λ	Nœuds du 1er tuyau. y	y'	Différence.
703	200	187	250,9	88	96	6
»	300	515	707	365	386	17
»	»	215	295	275	282	7
»	»	173	215,3	130	137	7

Deux tuyaux : l'un en verre de 25 millimètres, *l'autre en fer-blanc* de 360 millimètres.

$c = 7,817. \quad t = 14^{\circ}.$

925	14	510	712,7	595	611	16
»	»	307	423,3	322	332	10
»	»	218	300,6	204	218	14
»	54	591	817	535	554	19
»	104	341	471,6	248	258	10
»	154	640	890	493	504	11
»	204	655	911	485	490	5
»	»	348	480	233	244	11
»	304	665	925	475	485	10
»	»	353	486	225	237	12
»	»	242	333,7	118	122	4
»	404	680	946	465	480	15

SÉRIE IX.

Tuyaux ouverts : tuyau en gutta de 30 millimètres, *en verre* de 7 millimètres.

$c = 0,054. \quad t = 6^{\circ}.$

l	l'	e	L	λ	y	y'	Différence.
700	50	6	862	1178,5	138	144	6
»	»	6	335	458	480	480	0
»	»	3	343	469	482	489	7
»	»	3	209	285,7	575	578	3
»	100	6	340	414,8	478	478	0
»	»	3	347	474,4	476	482	6
»	200	6	346	473	472	475	3
»	»	3	349	477	475	480	5
»	»	6	214	292,5	564	578	14
»	400	6	1050	1435,5	10	20	10
»	»	»	355	485,1	465	475	10
»	»	3	360	496	470	481	11
»	»	6	210	298	570	575	5

La colonne *e* renferme la largeur de l'embouchure. On voit que les embouchures étroites donnent des résultats plus éloignés de la théorie.

Tuyau en gutta de 30 millimètres, *en verre* de 16 millimètres. $c = 0{,}284$. $t = 9^\circ$.

				Nœuds du 1er tuyau.		Différence.
l	l'	L	λ	y	y'	
700	50	665	916	260	265	5
»	100	325	446,7	485	496	11
»	»	207	295,5	577	581	4
»	200	215	301	565	573	8
»	»	348	478,4	578	581	3
»	»	830	1141	143	152	9
»	300	197	270,8	577	585	8
»	»	355	487,7	465	471	6

Tuyau en gutta de 20 millimètres, *en verre* de $14^{mm},8$. $c = 0{,}547$. $t = 8^\circ$.

				Nœuds du 1er tuyau.		Différence.	Ventres du 1er tuyau.		
l	l'	L	λ	y	y'		y	y'	
700	50	295	403,3	100	119	19	301	320	Le tuyau ouvert à cette place donne des battements avec le sonomètre.
»	»	193	262,8	44	55	11	175	186	
»	»	»	»	307	318	11	438	»	
»	100	316	435,3	56	77	21	270	294	Id.
»	150	325	444,3	40	42	2	264	264	
»	»	210	287,1	277	283	6	421	427	
»	»	»	»	»	»	»	133	139	
»	200	337	462,8	17	17	0	»	»	
»	»	»	»	477	479	2	»	»	
»	»	217	298	265	268	3	119	121	
»	»	165	226,6	369	383	14	479	495	Id.
»	368	385	526,5	450	463	13	200	213	Id.
»	»	266	363,5	170	170	0	352	352	
»	»	»	»	528	533	5	»	»	
»	»	201	274,8	20	26	6	157	164	
»	»	»	»	»	»	»	432	»	

Les ventres sont à distance d'une demi-longueur d'onde du nœud inférieur. La distance de deux ventres est d'une longueur d'onde. La distance de deux nœuds est moindre.

Deux tuyaux : l'un en gutta de 20 millimètres, *l'autre en fer-blanc* de 33 millimètres.

$c = 7{,}722. \quad t = 8^{\circ}.$

				Nœuds du 1er tuyau.		Différence.	Ventres du 1er tuyau.		
l	l'	L	λ	y	y'		y	y'	
705	109	565	776	332	345	23	»	»	Le tuyau ouvert à cette place donne des battements avec le sonomètre.
»	»	285	391,3	512	535	13	317	339	
»	»	200	274,5	36	56	20	»	»	
»	200	587	806	305	314	»	»	»	
»	»	330	443	38	46	»	»	»	
»	»	238	328	222	233	11	385	397	Id.
»	434	460	631,5	400	417	17	»	»	
		273	375	150	164	14	335	351	Id.
		213	292,5	275	295	20	421	441	Id.

Deux tuyaux : l'un en gutta de 20 millimètres, *l'autre en zinc* de 41 millimètres.

$c = 4{,}202. \quad t = 8^{\circ}.$

				Nœuds du 1er tuyau.		Différence.
l	l'	L	λ	y	y'	
700	52	529	726,5	354	350	4
»	»	273	375,7	155	169	14
»	»	183	251,3	92	111	19
»	105	550	755,5	337	351	14
»	»	278	381,7	145	154	9
»	219	249	342	202	233	21
»	333	640	879	270	289	19
»	»	260	357	179	184	5

Lorsque c est plus grand que 1, les différences sont constamment plus fortes que dans les autres cas, tant pour la position des nœuds que pour celle des ventres.

On voit que dans aucun cas le nœud ne se forme à la place que lui assigne la théorie, il est plus près du fond qu'il ne devrait l'être, et même l'écart est d'autant plus grand que l'on détermine un nœud plus voisin de l'embouchure. On change alors considérablement la grandeur de la masse d'air qui vibre, et l'embouchure vient apporter là son influence variable avec la longueur du tuyau. La détermination des ventres de vibration à l'aide de trous percés dans le tuyau convient donc mieux dans la comparaison que nous voulons établir entre l'expérience et la théorie. Or, là évidemment, les trous percés aux places que donne la formule ne conviennent pas. Le son se trouve changé. On a des battements avec le sonomètre. Perce-t-on le tuyau à une demi-longueur d'onde du nœud inférieur, le son ne varie pas. S'il y a plusieurs ventres, ils sont tous à une longueur d'onde les uns des autres, et la portion la plus voisine de l'embouchure a une longueur moindre, comme dans les tuyaux ordinaires. On peut dire du reste que dans les deux colonnes d'air qui se suivent, la division des masses vibrantes se fait comme si chacune d'elles était isolée. Ainsi, dans le second tuyau, on trouve un nœud à longueur ou à demi-longueur d'onde du fond, suivant que ce tuyau est fermé ou ouvert.

Dans le premier tuyau, c'est à partir de l'embouchure que les nœuds et les ventres se succéderont avec la même régularité que dans un tuyau ordinaire. L'influence de l'embouchure semble de la même nature dans les deux cas.

Pour le montrer d'une manière évidente, je citerai l'expérience suivante. Un tuyau ouvert en gutta de 30 millimètres de diamètre rendait un son tel, qu'il suffisait d'augmenter de 27 millimètres la longueur du tuyau pour faire cesser tout désaccord entre l'expérience et la théorie. On le fait suivre d'un tuyau de 19 millimètres, $c = 0{,}362$, la température est 11 degrés. Or, on trouve qu'il suffit encore d'augmenter de 27 millimètres la longueur du premier tuyau du côté de l'embouchure, puis de prendre à partir du nouvel orifice la longueur d'onde calculée d'après le son que rend le tuyau mixte, pour avoir la place d'un ventre.

Ainsi, $l = 600$, $l' = 600$, $\lambda = 416$.

En ouvrant un trou à 416 millimètres de l'embouchure, le son change; l'embouchure n'est donc pas un ventre. La formule donne le ventre à 217 millimètres du fond, le son change si on perce un trou à cet endroit; mais il ne change plus si on ouvre le tuyau à 211 millimètres du fond $= 627 - 416$.

$$l = 600, \quad l' = 400, \quad \lambda = 364.$$

La formule place le ventre à 280 millimètres du fond, la règle précédente à 263 millimètres. L'expérience confirme encore la règle.

La division de la colonne d'air se fait donc de la même manière que dans un tuyau simple.

On peut même d'après cela trouver la position des nœuds ou des ventres tout aussi facilement que dans un tuyau ordinaire.

Dans l'un et l'autre cas, la longueur réelle du tuyau embouché est trop courte, si on la compare à la longueur théorique. La différence dépend du diamètre du tuyau et peut être calculée d'après la règle donnée par M. Cavaillé-Coll. Seulement, pour les tuyaux à embouchure circulaire que j'ai employés, on doit modifier le coefficient qui multiplie D; au lieu de $L = \lambda - \frac{5}{3}D$, que M. Cavaillé-Coll donne pour les tuyaux circulaires à embouchure rectiligne, il faudrait d'après mes expériences prendre $L - \lambda - D$ ou $\lambda - 1{,}1.D$.

Je n'ai pas fait d'expériences spéciales pour déterminer le facteur qui conviendrait le mieux. La Série X est la seule que j'aie employée. Elle donne 1,2 avec le tube de 19 millimètres de diamètre, 1,1 avec celui de 51 millimètres, ou 0,9 si on emploie de larges ouvertures. Mais, je le répète, le facteur doit être voisin de 1, sans que je puisse en donner exactement la valeur. Mais enfin, en donnant au tuyau embouché la longueur $\lambda - \frac{5}{3}D$, si le tuyau est à embouchure latérale, $\lambda - D$ s'il est à embouchure circulaire, et en prenant à partir de l'embouchure une longueur égale à la longueur d'onde qui correspond à l'harmonique donné par le tuyau, on aura la place du premier ventre, et par suite les autres.

Il faut bien remarquer que près de la jonction des deux tuyaux il y a une portion mixte qui vibre à l'unisson des autres parties et que, d'après la place des nœuds et des ventres, les dimensions de cette portion ne sont pas telles qu'elles devraient l'être théoriquement pour convenir au son observé; la longueur du tronçon du premier tuyau est généralement trop faible. Ce petit tuyau mixte, qui est comme enclavé dans le reste, a toujours d'assez faibles longueurs; or, toutes mes expériences montrent que sous de telles longueurs les sons sont bien plus graves qu'ils ne devraient l'être en théorie. C'est là que l'on obtient les plus grands écarts, et c'est, sans aucun doute, l'effet du trouble particulier qui doit se produire à la jonction des deux tuyaux et que n'ont pas manqué de signaler tous les géomètres qui se sont occupés de la question.

C'est donc pour la même raison que l'on retrouvera, près du fond, une partie vibrante trop courte. Ce raccourcissement est surtout marqué lorsque les tuyaux ont de grandes différences de diamètre, pour les grandes valeurs de c par exemple.

Lorsqu'on vient à faire varier l'embouchure dans les tuyaux mixtes et dans les tuyaux simples, de manière à obtenir les sons les plus intenses, les plus purs; lorsqu'on étudie séparément chaque espèce de tuyaux, il est plus difficile d'apercevoir cette différence que je signalais plus haut.

Les Séries I à VIII comprennent des expériences faites avec des tubes assez larges : le plus petit a 19 millimètres, le plus gros 51 millimètres.

Associés ensemble, ils donnent des sons plus graves qu'ils ne le devraient faire.

Nous avons vu que le rapport de λ variait de 1,1 pour les petits tuyaux à 1,04 pour les grands.

J'ai fait résonner seul chacun des tuyaux, en les prenant tantôt ouverts, tantôt fermés.

Voici les résultats obtenus :

SÉRIE X.

Tuyau de 19 millimètres. $t = 13°$.

	Ouvert.			Fermé.		
l	L	λ	r	L	λ	r
100	89	123	1,23	158	174	1,05
200	»	»	»	105	149	1,10
»	»	»	»	300	414	1,07
400	76	105	1,05	122	157	1,10
»	104	144	1,07	199	287	1,08
»	152	210	1,05	600	818	1,02
»	305	421	1,05	»	»	»
600	114	157	1,04	127	154	1,03
»	150	207	1,035	177	242	1,00
»	225	313	1,04	295	407	1,01
»	450	622	1,036	»	»	»
800	151	208	1,04	132	161	1,1
»	202	279	1,04	170	235	1,02
»	300	414	1,035	238	328	1,02
»	602	832	1,04	»	»	»
1000	146	202	1,02	137	168	1,09
»	185	253	1,01	167	231	1,06
»	247	341	1,01	212	293	1,03
»	369	402	1,02	295	407	1,017

Tuyau de 31 millimètres. $t = 12°,5$.

100	»	»	»	166	229	1,14
»	»	»	»	»	»	»
200	»	»	»	308	425	1,06
»	»	»	»	110	152	1,10
400	310	428	1,07	617	853	1,06
»	»	»	»	203	280	1,06
»	»	»	»	125	173	1,07
500	129	141	1,05	152	210	1,05
»	191	263	1,04	256	354	1,06
»	382	5276	1,05	250	345	1,03
»	»	»	»	760	1050	1,05
600	113,5	157	1,04	180	246	1,02
»	150	207	1,03	183	250	1,04
»	227	314	1,05	296	408	1,02
»	457	631	1,03	302	417	1,06
»	»	»	»	913	1260	1,05

Tuyau de 51 millimètres.

	Ouvert.			Fermé.		
l	L	λ	r	L	λ	r
200	172	259	1,19	331	459	1,15
400	160	222	1,10	212	294	1,10
»	315	437	1,09	625	868	1,17
600	159	221	1,10	135	186	1,08
»	230	319	1,06	183	254	1,01
»	234	325	1,08	303	420	1,05
»	460	637	1,06	310	430	1,07
»	468	651	1,08	915	1260	1,05
800	154	214	1,07	177	246	1,08
»	208	288	1,08	237	329	1,09
»	304	421	1,05	400	554	1,10
»	616	855	1,07	1172	1620	1,01
1000	255	354	1,06	218	302	1,06
»	380	527	1,05	301	417	1,04
»	760	1054	1,05	502	693	1,04

De ces tableaux ressortent les conséquences suivantes. Les sons obtenus s'éloignent d'autant plus des sons théoriques que le diamètre est plus grand, ce que l'on savait. La moyenne des rapports des deux longueurs d'onde est, pour le tuyau de 19 millimètres, 1,027; pour celui de 31 millimètres, 1,045; pour celui de 51 millimètres, 1,058 lorsqu'on prend d'assez grandes longueurs. Ce rapport varie de 1,10 à 1,15 pour les petites; l'influence de l'embouchure se fait sentir plus loin dans les tuyaux larges. Compare-t-on ces résultats à ceux que nous ont donnés les tuyaux mixtes, on voit que l'adjonction du second tuyau a pour effet de diminuer l'influence de l'embouchure dans le cas des petites longueurs. Lorsque les longueurs sont grandes, l'approximation est à peu près la même dans les deux cas. Le tube de 19 millimètres est-il embouché, la moyenne d'un grand nombre d'expériences donne 1,05, plus grand que 1,027, qui convient au tuyau seul.

Si ce sont les deux autres tuyaux, on trouve 1,05 et 1,06, qui ne diffèrent guère de 1,045 et de 1,058, cités plus haut.

De ces expériences, qui sont les plus simples, celles qui comportent le moins d'erreurs, on peut conclure que les tuyaux à cheminée rendent les sons indiqués par la théorie dans les mêmes limites d'approximation que les tuyaux ordinaires.

On peut donc appliquer aux tuyaux à cheminée le mode de correction usité pour les tuyaux ordinaires, c'est-à-dire modifier seulement la longueur du premier tuyau pour tenir compte de l'effet de l'embouchure, comme nous l'avons indiqué plus haut.

Lorsqu'il y a des nœuds et des ventres, ils n'occupent pas la place que la théorie leur assigne, mais celle qu'ils auraient dans des tuyaux isolés de même diamètre que les portions du tuyau mixte, en les comptant, pour le premier tuyau, de longueur modifiée, à partir de l'embouchure; pour le second, à partir du fond. Dans la plupart de mes expériences, la distance de deux nœuds consécutifs (déterminés, on le sait, en fermant le tube avec une colonne d'eau) est plus petite que l'onde calculée d'après la hauteur du son; la différence est d'environ 0,02 de l'onde. Cela semble tenir au faible diamètre de certains de mes tuyaux, car cette anomalie disparait en employant un tube de 51 millimètres de diamètre. J'ai trouvé, dans ce cas, la distance des nœuds égale à la longueur d'ondulation.

TROISIÈME SECTION.

DÉTERMINATION DU TON OU DES DIMENSIONS D'UN TUYAU A CHEMINÉE.

Nous avons vu dans la première Section que les formules de Poisson pouvaient se mettre sous la forme

$$1 + c \operatorname{tang} \frac{\pi}{a} \operatorname{tang} \pi \frac{b}{a} = 0 \quad \text{et} \quad c \operatorname{tang} \frac{\pi}{a} + \operatorname{tang} \pi \frac{b}{a} = 0,$$

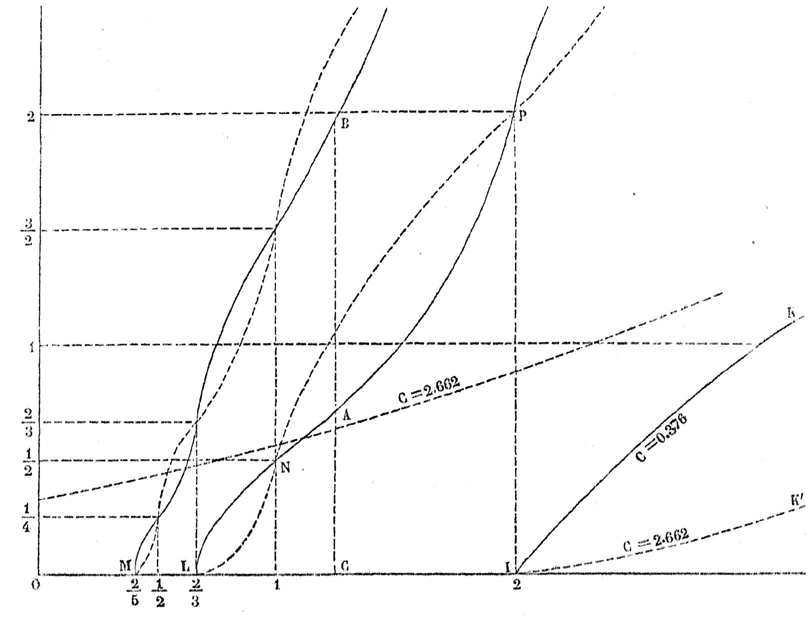
a étant égal à $\frac{\lambda}{l}$ et b à $\frac{l'}{l}$.

Nous avons dit aussi que l'on pouvait construire des courbes ayant a pour abscisse et b pour ordonnée. Le calcul de b est facile pour chaque valeur particulière donnée à a. On peut, à l'aide de ces courbes, déterminer facilement le son théorique que doit rendre un tuyau de dimensions données. Dans ce cas, on connait $\frac{l'}{l}$ ou b, et les courbes font connaître les diverses valeurs correspondantes de a ou $\frac{\lambda}{l}$, d'où $\lambda = al$. On verrait facilement que ces valeurs de a sont en nombre indéfini, qu'ainsi la série des harmoniques rendus par un même tuyau est illimitée. Remarquons qu'il n'est pas nécessaire de construire ces courbes avec leur étendue illimitée : on peut simplement prendre la portion qui s'étend de $b = 0$ à $b = 1$. Nous avons vu quel était l'effet de la substitution de l' à l dans les formules. Si le tuyau est fermé, le son ne change pas.

Par suite, si m est une valeur de $\frac{\lambda}{l}$ répondant à une valeur particulière $\frac{l'}{l}$, ce sera aussi la valeur de $\frac{\lambda}{l'}$ correspondant à $\frac{l}{l'}$. Or, si $\frac{l'}{l}$ est plus grand que 1, $\frac{l}{l'}$ est plus petit, et m sera donnée par la portion de courbe que l'on conserve; mais alors $\lambda = ml'$ et non plus ml. On ferait la même remarque pour les tuyaux ouverts; seulement, en changeant l en l', il faut changer aussi c en $\frac{1}{c}$. Ainsi, ce serait la courbe répondant à $\frac{1}{c}$ qui donnerait les valeurs de m lorsque $\frac{l'}{l}$ est plus grand que 1.

Si nous considérons les courbes des tuyaux fermés (*fig.* 2), on trouve que celles

Fig. 2.



qui représentent le son fondamental (IK, IK') coupent toutes l'axe des abscisses au point I, tel que $OI = 2$. Elles sont concaves vers cet axe pour $c < 1$, convexes pour $c > 1$. Pour $c = 1$, c'est une ligne droite inclinée à 45 degrés, ce que l'on sait déjà, puisque dans ce cas il n'y a qu'un seul tuyau. Toutes ces courbes tendent vers une asymptote inclinée à 45 degrés sur l'axe, en sorte que pour une certaine longueur du second tuyau, assez grande du reste, tout accroissement de cette longueur détermine une augmentation moitié moindre de la longueur d'onde, comme pour un tuyau simple.

La tangente à la courbe en I a pour équation $a = 2(1 + cb)$; lors donc que b est assez petit pour que la courbe puisse être confondue avec sa tangente, on aura

$$\lambda = 2(l + cl').$$

Ainsi l'effet du second tuyau serait le même que si on augmentait le volume du premier d'une quantité équivalente au volume du second. Passons au premier harmonique. C'est le cas où dans le tuyau mixte il y a un ventre.

Toutes les courbes qui lui correspondent passent par le point L de l'axe $OL = \frac{2}{3}$, ce qui doit être, car pour b ou $l' = 0$, $\frac{\lambda}{l} = \frac{1}{3}$. A ce moment, le ventre se trouve au tiers du premier tuyau à partir du fond. A mesure que l' s'accroît, le ventre se rapproche du fond qu'il atteint lorsque $l' = \frac{l}{2}$; à ce moment, $a = 1$ ou $\lambda = l$. Ainsi toutes les courbes passent par le point N, ayant 1 pour abscisse, $\frac{1}{2}$ pour ordonnée. Jusque-là, le tuyau sonne comme un tuyau fermé qui aurait pour longueurs $(l - \lambda)$ et l'; cela revient à supprimer la partie du premier tuyau comprise entre les deux ventres et qui sonne à l'unisson du reste. Aussi cette portion LN de la courbe a la même allure que la courbe du son fondamental.

Lorsque l' dépasse $\frac{l}{2}$, le ventre passe dans le second tuyau, et en supprimant les portions de chaque tuyau comprises entre un nœud et un ventre, il reste un tuyau mixte terminé par un nœud dans le grand tuyau, par un ventre dans le petit, résonnant comme un tuyau fermé de longueurs $l - \frac{\lambda}{2}$, $l' - \frac{\lambda}{2}$, mais dans lequel le rapport des surfaces est $\frac{1}{c}$ au lieu de c. Aussi la courbe, qui pour $c < 1$ était d'abord concave vers l'axe, devient-elle convexe à partir de N, comme la courbe du son fondamental pour $c > 1$. Elle conserve cette allure jusqu'en P ou $l' = 2l$, et alors elle redevient concave. C'est que le nœud du premier tuyau s'est de plus en plus rapproché du fond : il l'atteint pour $l' = 2l$, alors $\lambda = 2l$, puis il pénètre dans le second, et le tuyau résonne comme un tuyau mixte de longueurs l et $l' - \lambda$, le rapport des surfaces se retrouvant tel qu'il est dans la réalité, plus petit que 1.

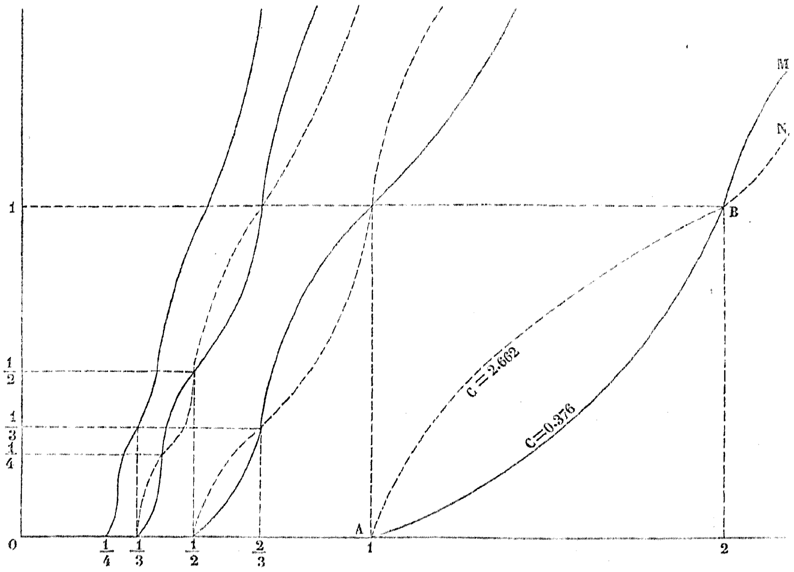
On étendra facilement ces remarques aux autres harmoniques.

Prenons-nous les tuyaux ouverts, nous retrouverons des phénomènes analogues (*fig.* 3, p. 41).

Si le second tuyau est le plus étroit, $c < 1$, l'allure des courbes (AM) se rapproche du cas où, le tuyau étant fermé, c est plus grand que 1. Si le second tuyau est plus large, nous trouverons des analogies avec les tuyaux fermés pour lesquels c est plus petit 1. Et cela doit être. Dans un tuyau ouvert, il y a, lors du son fondamental, deux ventres aux extrémités, un nœud intermédiaire. Ce nœud est-il dans le premier tuyau, ce qui arrive tant que l' est plus petit que l, on trouve dans la masse d'air vibrante deux parties : l'une simple, s'étendant de l'embouchure au nœud; l'autre mixte, allant du nœud à l'orifice libre, et vibrant à l'unisson de la première. Cette dernière partie constitue un tuyau fermé ayant son fond au nœud, son embouchure à l'orifice libre; le rapport des surfaces est donc inverse de ce qu'il est dans le tuyau ouvert.

Lorsque l' devient égal à l, le nœud est au point de jonction des deux tuyaux et

Fig 3.



$\lambda = 2l$; le son du tuyau mixte est celui d'un tuyau simple ayant pour longueur totale celle du tuyau mixte. Toutes les courbes passent par le point B, pour lequel $a = 2, b = 1$.

Si l' est plus grand que l, le nœud passe dans le second tuyau, le tuyau résonne comme s'il était fermé au nœud en conservant à l'embouchure sa place réelle; dans ce cas c conserve sa valeur, que l'on considère le tuyau ouvert avec ses longueurs réelles, ou le tuyau fermé de longueurs l et $l' - \frac{1}{2}\lambda$. La courbe change d'allure, devient concave vers l'axe des abscisses si elle était convexe, et pourrait s'obtenir en augmentant chaque ordonnée de la courbe correspondante du tuyau fermé, de la moitié de l'abscisse qui répond à cette ordonnée.

On voit encore que si on note le son rendu par un tuyau ouvert, on obtiendra le même son d'un tuyau fermé, en conservant à la première portion du tuyau la même longueur, et en augmentant ou diminuant la longueur du second d'un nombre impair de $\frac{\lambda}{2}$.

Les deux formules théoriques (7) et (8) renferment ce résultat, puisque le produit des deux valeurs de $\tang \pi \frac{l'}{\lambda}$ qu'elles donnent est égal à -1. J'ai vérifié par quelques expériences ce fait si naturel.

Je ne m'étendrai pas davantage sur les autres sons des tuyaux ouverts. On trouverait facilement la raison des sinuosités que présentent les courbes des harmoniques, en recherchant, comme je l'ai fait plus haut, la position des nœuds ou des ventres pour les diverses valeurs relatives données à l et à l'.

Si on envisage au point de vue pratique les tuyaux à cheminée, on peut se demander de construire des tuyaux qui rendent des sons déterminés, les sons d'une gamme, par exemple.

On peut résoudre cette question de la manière suivante. Dans les orgues, on n'emploie que des tuyaux à cheminée ouverts. Supposons construit un tuyau ordinaire, ouvert, rendant un son connu, et proposons-nous de lui adjoindre un second tuyau tel, que l'ensemble rende un son déterminé dans la gamme dont le premier est la tonique, c'est-à-dire proposons-nous d'élever ou d'abaisser ce son d'un certain nombre de tons ou de demi-tons.

Si nous faisons rendre au tuyau mixte le son fondamental, le son primitif se trouvera abaissé. Si nous voulons l'élever, il faut recourir à un harmonique, le premier, par exemple.

La longueur du second tuyau dépend à la fois de la longueur du premier et du rapport des surfaces des deux tuyaux. Si on se donne ce rapport que nous désignons toujours par c, on trouvera facilement, à l'aide des formules de Poisson, le rapport $\frac{l'}{l}$ des deux longueurs.

Voici quelques nombres que j'ai ainsi calculés :

	λ	$c = 0,1$	0,3	0,5	0,7	1	2	3	4	10
Do....	1	$\frac{l'}{l} =$ 0	0	0	0	0	0	0	0	0
Si....	$\frac{16}{15}$	0,007	0,023	0,034	0,047	0,066	0,128	0,182	0,227	0,374
La....	$\frac{6}{5}$	0,022	0,066	0,107	0,146	0,200	0,327	0,397	0,444	0,535
Sol...	$\frac{4}{3}$	0,043	0,124	9,196	0,259	0.333	0,471	0,524	0,542	0,624
Fa ...	$\frac{3}{2}$	0,082	0,228	0,380	0,421	0,500	0,616	0,658	0,681	0,721
Mi....	$\frac{8}{5}$	0,121	0,319	0,472	0,528	0,600	0,694	0,729	0,738	0,778
Ré....	$\frac{16}{9}$	0,243	0,558	0,671	0,733	0,770	0,822	0,852	0,869	0,877
Do....	2	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Ces tableaux se rapportent au son le plus grave des tuyaux mixtes, et ils permettent d'abaisser le son du tuyau ouvert d'une quarte, d'une quinte, etc.

Veut-on l'élever d'une quarte, d'une quinte, on lui fera rendre le premier harmonique en donnant à $\frac{l'}{l}$ les valeurs suivantes :

	λ	$c=0,1$	$c=0,3$	$c=0,5$	$c=0,7$	$c=1,5$	2
Do...	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0
Si....	$\frac{8}{15}$	0,005	0,013	0,026	0,035	0,073	0,086
La....	$\frac{3}{5}$	0,026	0,092	0,136	0,168	0,229	0,236
Sol...	$\frac{2}{3}$	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333
Fa....	$\frac{3}{4}$	0,708	0,636	0,580	0,539	0,463	0,442
Mi....	$\frac{4}{5}$	0,774	0,725	0,666	0,664	0,550	0,518
Ré....	$\frac{8}{9}$	0,883	0,874	0,859	0,848	0,803	0,777
Do....	1	ton du tuyau ouvert.					

On voit *que pour élever d'une quinte le ton primitif du tuyau ouvert, il suffit de donner au second tuyau le tiers de la longueur du premier, et cela quel que soit le rapport des surfaces des deux tuyaux*.

Si l'on voulait avoir les rapports $\frac{l'}{l}$ pour les valeurs de c autres que celles qui se trouvent dans les tableaux précédents, on y parviendrait simplement en construisant les courbes qui ont c pour abscisse et pour ordonnées les nombres que j'ai calculés pour $\frac{l'}{l}$.

Lorsque c dépasse 0,6, ces courbes sont sensiblement rectilignes, et on peut, sans grande erreur, admettre la proportionnalité des différences des rapports aux différences de c.

Les tuyaux à cheminée fermés ne sont pas employés. J'y ai donné moins d'attention.

Voici quelques nombres qui leur conviendraient, si on prend pour tonique le son du premier tuyau fermé et si on fait rendre le son fondamental :

	$c=0,3$	0,5	0,7
Sol....	$\frac{l'}{l}=0,657$	0,46	0,35
Fa....	0,800	0,55	0,45
Mi....	1,04	0,82	0,66

Si on veut élever le son au lieu de l'abaisser, on a recours au premier harmonique, et on a :

	$c = 0,3$	0,5	0,7
Sol....	$\frac{l'}{l} = 0,791$	0,99	0,93
Fa	0,978	1,09	1,17
Mi.....	1,110	1,25	1,33
Ré.....	1,440	1,53	1,62

Il est inutile de faire le calcul pour c plus grand que 1 : les valeurs de l' sont alors très-petites, et on ne peut compter sur aucun accord entre le calcul et l'expérience.

Je me suis occupé de vérifier ces nombres par expérience.

J'ai pris un tuyau de zinc de 500 millimètres de longueur et de $51^{mm},5$ de diamètre à embouchure circulaire. Le son qu'il rendait correspondait à une longueur d'onde de 547 millimètres. Je l'ai fait suivre de tubes ouverts en gutta-percha, en carton, que je coupais jusqu'à ce qu'ils rendissent les sons des gammes descendante et ascendante dont le son précité était la tonique.

Les longueurs l' ainsi obtenues s'éloignent des nombres calculés à l'aide des rapports précédents, si l'on prend $l = 500$. On devait s'y attendre. Mais si on remarque que, dans toutes mes expériences, le désaccord qui existe entre la théorie et l'expérience semble surtout attribuable à l'embouchure, il paraîtra naturel de faire porter l'erreur sur la longueur du premier tuyau et de la corriger en prenant pour cette longueur celle qu'elle devrait avoir d'après la théorie des tuyaux ordinaires, en un mot, la longueur d'ondulation 547 millimètres, qui convient au son rendu par ce tuyau.

C'est ainsi que j'ai calculé les longueurs l' pour les comparer aux valeurs que donne l'expérience.

Voici le résultat de cette expérience :

SÉRIE XI.

		$c = 0,038$		$c = 0,217$		$c = 0,386$		$c = 0,681$		$c = 2,17$	
		l' calculé.	l' observé.	l' calculé.	l' observé.	l' calculé.	l' observé.	l' calculé.	l' observé.	l' calculé.	l' observé.
Gamme descendante.	*Si*...	0,88	»	9	»	16	5	33	20	75	75
	La..	5,5	»	36	25	44	35	91	90	187	180
	Sol..	8,8	»	51	54	88	88	158	160	264	260
	Fa..	18	12	78	78	150	150	249	244	341	340
	Mi..	19	»	133	132	220	220	305	312	387	385
	Ré..	55	55	249	249	344	344	416	424	459	»

Premier harmonique.

		$c = 0,217$		$c = 0,386$		$c = 0,681$		$c = 2,17$	
		l' calculé.	l' observé.	l' calculé.	l' observé.	l' calculé.	l' observé.	l' calculé.	l' observé.
Gamme ascendante.	*Si*...	6	»	11	6	18	»	55	40
	La...	46	46	54	54	90	80	136	130
	Sol..	182	182	182	182	182	182	182	180
	Fa...	352	352	333	333	318	315	239	229
	Mi...	408	408	393	394	354	354	279	272
	Ré...	479	480	473	»	464	464	421	»

Le calcul de l' conduit, comme on le voit, à des résultats très-exacts lorsqu'on le fait comme je l'ai indiqué plus haut, pourvu toutefois que l' ne soit pas très-petit. Dans ce dernier cas, il y a une différence notable entre les nombres calculés et ceux que fournit l'observation. Nous avions déjà signalé cette différence dans d'autres expériences. Il est à remarquer que lorsque c est plus petit que $\frac{1}{3}$, une simple plaque percée d'un trou convenable abaisse de plus d'un demi-ton le son primitif du tuyau qu'elle ferme. On ne peut donc, dans ces cas, obtenir le *si*. De même les tons *la–sol* ne peuvent être obtenus lorsque $c = 0,038$.

Les expériences précédentes ont été faites avec des embouchures circulaires. J'ai essayé quelques tuyaux à embouchure rectiligne et je suis arrivé aux mêmes conclusions.

Je ne citerai qu'un exemple.

Un tuyau en bois rectangulaire a pour côtés 30 et 37 millimètres, sa longueur est de 234 millimètres. Le son qu'il rend correspond à une longueur d'ondulation de 330 millimètres. Il était surmonté d'un tuyau en gutta-percha ayant pour section 0,1 de la section du tuyau.

	l' calculé.	l' observé.
Si........	2	»
La........	7	2
Sol.......	14	8
Fa........	27	23
Mi........	40	40
Ré........	80	84

D'après ce qui précède, veut-on construire un tuyau à cheminée qui donne le la^3 normal de 870 vibrations, le problème est indéterminé. Voici une des solutions.

Prenons un tuyau ouvert qui sonne le fa^4 ou 1413,75 vibrations, la longueur d'onde sera $240^{mm},5$; la longueur réelle du tuyau, s'il est cylindrique, sera, d'après la règle de M. Cavaillé-Coll, $240,5 - \frac{5}{3}D$. L'embouchure est rectiligne, D est le diamètre. On choisira le diamètre d du second tuyau. S'il est tel que $\left(\frac{d}{D}\right)^2 = c = 0,3$, la longueur du second tuyau sera

$$0,319 \times 240,5 = 76,9.$$

Si $\left(\frac{d}{D}\right)^2 = 0,5$, elle deviendra

$$0,472 \times 240,5 = 113^{mm}.$$

Veut-on, ce qui me semble préférable, que le la^3 soit obtenu par le premier harmonique du tuyau mixte, on prendra un tuyau ouvert rendant le $ré^3$, longueur d'onde 564,8 : la longueur réelle est $564,8 - \frac{5}{3}D$; en ajoutant un second tuyau de longueur $\frac{564,8}{3} = 188$, on obtiendra le la^3, quel que soit le diamètre du second tuyau.

Comme on l'a vu déjà, le ventre de vibration se trouve dans le premier tuyau à une distance de l'embouchure égale à $390,8 - \frac{5}{3}D$ (390,8 est la longueur d'onde du la^3) ; en perçant en ce point un trou on déterminera sûrement la production de l'harmonique. C'est la réalisation pour les tuyaux mixtes du procédé si utilement employé par M. Cavaillé-Coll pour la construction des tuyaux ordinaires.

Ce qui me fait préférer les sons harmoniques aux sons fondamentaux, c'est qu'ils sont plus purs, plus intenses. Ils sont moins fortement altérés lorsqu'on fait varier la longueur du second tuyau en deçà ou au delà de la valeur calculée ; dès lors l'accord est plus facile à obtenir. On pourrait établir le calcul sur d'autres bases, admettre que le son la^3 sera à la tierce, à la quarte du son du tuyau ouvert ; la longueur du second tuyau dépend alors du diamètre de ce tuyau : les tableaux précédents conduiraient facilement à la valeur convenable.

Une fois construit le tuyau qui rend le la^3, on obtiendra presque sans calcul les longueurs qui conviendraient à tous les sons de la gamme. D'après une des lois énoncées plus haut, les longueurs des tuyaux sont en raison inverse des nombres de vibrations, lorsqu'on conserve le même rapport entre les longueurs l et l'. Il faut seulement remarquer que l est la longueur corrigée $\frac{v}{n}\lambda - \frac{5}{3}D$, et que l' ne doit pas être très-petit.

Dans les orgues, on emploie des tuyaux à cheminée qu'on désigne sous le nom de *bourdons*, comme s'ils étaient complétement fermés. Je trouve dans *l'Art du Facteur d'orgues*, de D. Bedos de Celles, les détails suivants sur leur construction. Ce traité est déjà ancien. Je ne sais si les facteurs d'orgues suivent encore ces prescriptions.

« Les tuyaux à cheminée ont les mêmes proportions que les tuyaux fermés. La cheminée est d'autant plus haute qu'on la fait plus grosse, et plus elle est menue, plus elle doit être courte. Les plus grosses ont la moitié du diamètre du tuyau ; en ce cas, elles doivent être presque aussi hautes que le corps du tuyau. Il y a des facteurs qui leur donnent le quart ou le huitième du diamètre du tuyau; elles sont plus courtes à proportion. Plus la cheminée est grosse et haute, plus le timbre approche de celui des tuyaux ouverts; plus elle est courte et étroite, plus le timbre se rapproche de celui des tuyaux bouchés. Ainsi, dans le choix des tuyaux ouverts ou bouchés, on a égard à l'effet que l'on veut produire.

» On trouve des tuyaux à cheminée dans le jeu de bourdon de 4 pieds bouchés, dans le jeu de nasard, du positif et dans le jeu du cornet. Dans ce dernier, les cheminées ont la moitié de la hauteur du tuyau et le quart du diamètre. »

En prenant la cheminée de même hauteur que le corps du tuyau, on a, nous l'avons vu, la série des sons que rendrait un tuyau simple ouvert dont la longueur serait égale à la longueur totale du tuyau mixte, et le rapport des surfaces est sans influence.

Si la cheminée a pour hauteur la moitié du corps du tuyau, on a les sons rendus par la moitié du premier tuyau résonnant seul, et cela indépendamment du diamètre des surfaces.

En adoptant ces proportions, les facteurs d'orgues avaient choisi les cas les moins compliqués, ceux dans lesquels le rapport des surfaces a le moins d'influence. Elles font rentrer la construction des tuyaux à cheminée dans les règles de facture des tuyaux ordinaires. Le choix spécial des diamètres qui sont pour les cheminées la moitié ou le quart du diamètre principal semble déterminé par les qualités de sonorité ou de timbre que l'on exige de pareils tuyaux, comme il est dit plus haut. Du reste, les longueurs des tuyaux qui composent un jeu sont inverses des nombres de vibrations, loi que nous avons déduite de nos expériences. (Elle est ici applicable, puisqu'il existe de fait un rapport constant entre les longueurs de la cheminée et du premier tuyau).

Les tuyaux à cheminée s'accordent à l'aide d'oreilles que l'on met à la bouche du tuyau. On rend parfois mobile la calotte qui ferme le tuyau et qui porte la cheminée, et on peut, par des mouvements convenables, faire varier dans un sens ou dans l'autre la longueur du corps et arriver ainsi à l'accord.

Enfin, nous dirons en finissant que l'on n'emploie jamais dans les orgues des tuyaux à cheminée bouchée ou des tuyaux dans lesquels la cheminée se trouve d'un plus grand diamètre que le corps principal du tuyau.

En résumant tout ce qui précède, on voit que :

1° Les tuyaux à cheminée peuvent rendre chacun un nombre de sons illimité.

2° Deux tuyaux fermés dont les parties ont des longueurs inverses les unes des autres rendent le même son.

3° Dans un tuyau ouvert, le son ne change pas, quelle que soit la portion qui reçoive l'embouchure.

4° Lorsqu'il existe un rapport constant entre les longueurs des deux parties d'un tuyau, les sons obtenus sont en raison inverse des longueurs d'une de ces parties.

5° Lorsque, dans un tuyau ouvert, les deux parties ont mêmes longueurs, on obtient la série des sons que rendrait un tuyau simple ouvert de même longueur que le tuyau mixte.

6° Si l'on donne au second tuyau une longueur double ou moitié du premier, on a toute la série des sons que rendrait le premier ou sa moitié vibrant seuls, et en outre d'autres sons qui dépendent du rapport des surfaces des tuyaux.

7° La colonne d'air qui remplit un tuyau mixte peut se diviser en plusieurs parties vibrant à l'unisson et séparées par des nœuds ou des ventres. Ces points ne sont pas dans le premier tuyau aux places que la théorie leur assigne, ils sont plus éloignés de l'embouchure qu'ils ne devraient l'être. Si on compte leur distance à l'embouchure pour le premier tuyau, et à l'orifice du second, on trouve qu'ils sont placés comme dans des tuyaux simples vibrant à l'unisson du mixte. La distance de deux ventres est d'une longueur d'ondulation, et la distance du premier ventre à l'embouchure est la même, que le tuyau soit simple ou mixte.

8° Un même son peut être rendu par une infinité de tuyaux. Les longueurs des différentes parties de ces tuyaux diffèrent d'un certain nombre de longueurs d'ondulation.

9° Tous les résultats qui précèdent se vérifient d'une manière générale; les sons obtenus sont plus graves que les sons théoriques. Les différences sont assez considérables si les deux tuyaux, ou le premier au moins, ont de petites longueurs.

Si les deux tuyaux n'ont pas des diamètres trop différents, l'influence du diamètre même des tuyaux ne semble pas différente de ce qu'elle est dans les tuyaux simples. L'approximation avec laquelle on obtient les sons théoriques est pour les tuyaux mixtes de même ordre que pour les tuyaux simples. Il suffit, pour faire cesser le désaccord, d'augmenter la longueur du corps du tuyau d'une longueur qui représente l'effet de l'embouchure, longueur que l'on peut déterminer par expérience sur des tuyaux simples ou que l'on peut calculer par une formule analogue à celle qu'a donnée M. Cavaillé-Coll.

10° Les sons obtenus avec des embouchures circulaires se rapprochent plus des sons théoriques que ceux des tuyaux à embouchure rectiligne, surtout si l'on emploie des embouchures larges.

11° Il est possible de calculer d'avance le ton d'un tuyau en se servant des courbes qui représentent les formules théoriques. On peut aussi trouver, par un calcul simple, les dimensions d'un tuyau à cheminée rendant un son d'une hauteur déterminée.